Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1936. Volume I (X), № 2 (79)

MATHÉMATIQUES

LE THÉORÈME DE L'UNICITÉ POUR QUELQUES PROBLÈMES DE LIMITES DANS LA THÉORIE DE L'ÉLASTICITÉ (1)

Par. A. S. BAKALIAJEV

(Présenté par I. M. Vinogradow, de l'Académie, le 13. XII 1935)

Soit L une surface fermée. Nous considérons le domaine extérieur limite pour cette surface.

La solution $(\bar{\varphi}, \bar{\psi})$ du système d'équations

$$\left.\begin{aligned} \Delta\bar{\varphi} + k_1^2\bar{\varphi} = 0, \quad \operatorname{rot}\bar{\varphi} = 0 \\ \Delta\bar{\psi} + k_2^2\bar{\psi} = 0, \quad \operatorname{div}\bar{\psi} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

(Δ étant l'opérateur de Laplace dans l'espace à trois dimensions) satisfaisant aux conditions:

a) sur la surface L $\qquad [\bar{\varphi} + \bar{\psi}]_{(L)} = 0, \tag{1'}$

b)
$$\left.\begin{aligned} \lim_{R\to\infty} R\left(\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial l} + ik_1\bar{\varphi}\cos(Rl)\right) = 0 \\ \lim_{R\to\infty} R\left(\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial l} + ik_2\bar{\psi}\cos(Rl)\right) = 0 \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

(le principe de rayonnement généralisé)

c)
$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} (R\bar{\varphi})_{R\to\infty}\, d\alpha d\beta, \quad \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} (R\bar{\psi})_{R\to\infty}\, d\alpha d\beta \text{ restent bornées,} \tag{3}$$

se reduit identiquement à zéro. R est le rayon vecteur ayant son origine dans un point fixé M (x_0, y_0, z_0) arbitraire situé en dehors de la surface (L); l est une direction fixée quelconque.

Les équations d'onde dans la théorie de l'élasticité sont:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\bar{\varphi}_1 = a^2\frac{\partial^2\bar{\varphi}}{\partial t^2}; \quad \Delta\bar{\psi}_1 = b^2\frac{\partial^2\bar{\psi}}{\partial t^2} \\ \operatorname{rot}\bar{\varphi}_1 = 0 \qquad \operatorname{div}\bar{\psi}_1 = 0 \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

où $a^2 = \frac{\rho}{\mu}$; $b^2 = \frac{\rho}{\lambda + 2\mu}$, ρ la densité, λ, μ les constantes de Lamé.

Posant dans (4)

$$\overline{\varphi}_1 = R(e^{-i\omega t}\overline{\varphi}), \quad \overline{\psi}_1 = R(e^{-i\omega t}\overline{\psi}) \tag{5}$$

nous obtiendrons les équations (1).

Désignons par Ω le domaine limité par la surface L et par une sphère Σ d'assez grand rayon ayant le centre dans (x_0, y_0, z_0). Soient $(\varphi_1^x, \varphi_1^y, \varphi_1^z)$, $(\psi_1^x, \psi_1^y, \psi_1^z)$ les composantes de $\overline{\varphi}$ et de $\overline{\psi}$, et E l'énergie totale du corps élastique déformé. Alors.

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\iiint_{\Omega} E\,dV = -\iint_{L+\Sigma} \Big\{ & \lambda\Big[\frac{\partial}{\partial t}(\varphi_1^x+\psi_1^x)\cos nx + \frac{\partial}{\partial t}(\varphi_1^y+\psi_1^y)\cos ny + \\
& + \frac{\partial}{\partial t}(\varphi_1^z+\psi_1^z)\cos nz\Big]\cdot\frac{\partial}{\partial x}(\varphi_1^x+\psi_1^x) + \lambda\Big[\frac{\partial}{\partial t}(\varphi_1^x+\psi_1^x)\cos nx + \\
& + \frac{\partial}{\partial t}(\varphi_1^y+\psi_1^y)\cos ny + \frac{\partial}{\partial t}(\varphi_1^z+\psi_1^z)\cos nz\Big]\cdot\frac{\partial}{\partial y}(\varphi_1^y+\psi_1^y) + \\
& + \lambda\Big[\frac{\partial}{\partial t}(\varphi_1^x+\psi_1^x)\cos nx + \frac{\partial}{\partial t}(\varphi_1^y+\psi_1^y)\cos ny + \\
& + \frac{\partial}{\partial t}(\varphi_1^z+\psi_1^z)\cos nz\Big]\frac{\partial}{\partial z}(\varphi_1^z+\psi_1^z) + \mu\Big[\frac{\partial}{\partial x}(\varphi_1^x+\psi_1^x)\cos nx + \\
& + \frac{\partial}{\partial x}(\varphi_1^y+\psi_1^y)\cos ny + \frac{\partial}{\partial x}(\varphi_1^z+\psi_1^z)\cos nz\Big]\frac{\partial}{\partial t}(\varphi_1^x+\psi_1^x) + \\
& + \mu\Big[\frac{\partial}{\partial y}(\varphi_1^x+\psi_1^x)\cos nx + \frac{\partial}{\partial y}(\varphi_1^y+\psi_1^y)\cos ny + \\
& + \frac{\partial}{\partial y}(\varphi_1^z+\psi_1^z)\cos nz\Big]\frac{\partial}{\partial t}(\varphi_1^y+\psi_1^y) + \mu\Big[\frac{\partial}{\partial z}(\varphi_1^x+\psi_1^x)\cos nx + \\
& + \frac{\partial}{\partial z}(\varphi_1^y+\psi_1^y)\cos ny + \frac{\partial}{\partial z}(\varphi_1^z+\psi_1^z)\cos nz\Big]\cdot\frac{\partial}{\partial t}(\varphi_1^z+\psi_1^z) + \\
& + \mu\Big[\frac{\partial}{\partial t}(\varphi_1^x+\psi_1^x)\cdot\frac{\partial}{\partial n}(\varphi_1^x+\psi_1^x) + \frac{\partial}{\partial t}(\varphi_1^y+\psi_1^y)\cdot\frac{\partial}{\partial n}(\varphi_1^y+\psi_1^y) + \\
& + \frac{\partial}{\partial t}(\varphi_1^z+\psi_1^z)\cdot\frac{\partial}{\partial n}(\varphi_1^z+\psi_1^z)\Big]\Big\}\,d\sigma.
\end{aligned} \tag{6}$$

Soit $\overline{\varphi} = \overline{p} + i\overline{q}$, $\overline{\psi} = \overline{p}^* + i\overline{q}^*$; $\overline{\varphi}(\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z)$, $\overline{\psi}(\psi_x, \psi_y, \psi_z)$, $\overline{p}(p_x, p_y, p_z)$, $\overline{q}(q_x, q_y, q_z)$, alors, conformément à (5), nous aurons:

$$\left.\begin{aligned}
\varphi_1^x &= p_x\cos\omega t + q_x\sin\omega t; \quad \varphi_1^y = p_y\cos\omega t + q_y\sin\omega t; \\
\varphi_1^z &= p_z\cos\omega t + q_z\sin\omega t; \\
\psi_1^x &= p_x^*\cos\omega t + q_x^*\sin\omega t; \quad \psi_1^y = p_y^*\cos\omega t + q_x^*\sin\omega t; \\
\psi_1^z &= p_z^*\cos\omega t + q_z^*\sin\omega t;
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

En portant ces valeurs dans (6) nous remarquerons que l'intégrale étendue sur la surface L sera zéro en vertu de la condition (1'). Quant à l'intégrale étendue sur Σ, elle se transforme à l'aide des formules (3) et (7).

Cela étant, l'expression sous le signe de l'intégrale étendue sur Σ prend la forme de

$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} a_{ij}x_ix_j, \tag{8}$$

où

$$a_{11} = \omega k_1(\lambda+\mu) + \omega k_1\mu \sec^2 nx;\quad a_{33} = \omega k_1(\lambda+\mu) + \omega k_1\mu \sec^2 ny;$$
$$a_{55} = \omega k_1(\lambda+\mu) + \omega k_1\mu \sec^2 nz;\quad a_{22} = \omega k_2\mu + \omega k_2\mu \sec^2 nx;$$
$$a_{44} = \omega k_2\mu + \omega k_2\mu \sec^2 ny;\quad a_{66} = \omega k_2\mu + \omega k_2\mu \sec^2 nz;$$
$$a_{12} = a_{21} = \frac{\omega}{2}(\lambda k_1 + \mu k_1 + \mu k_2) + \frac{\omega}{2}\mu(k_1+k_2)\sec^2 nx;$$
$$a_{34} = a_{43} = \frac{\omega}{2}(\lambda k_1 + \mu k_1 + \mu k_2) + \frac{\omega}{2}\mu(k_1+k_2)\sec^2 ny;$$
$$a_{56} = a_{65} = \frac{\omega}{2}(\lambda k_1 + \mu k_1 + \mu k_2) + \frac{\omega}{2}\mu(k_1+k_2)\sec^2 nz;$$
$$a_{13} = a_{31} = a_{15} = a_{51} = a_{35} = a_{53} = \omega k_1(\lambda+\mu);$$
$$a_{24} = a_{42} = a_{26} = a_{62} = a_{46} = a_{64} = \omega\mu k_2;$$
$$a_{14} = a_{41} = a_{16} = a_{61} = a_{23} = a_{32} = a_{36} = a_{63} = a_{45} = a_{54} = a_{25} =$$
$$= a_{52} = \frac{\omega}{2}(\lambda k_1 + \mu k_1 + \mu k_2);$$
$$x_1 = (q_x \cos\omega t - p_x \sin\omega t)\cos nx \ldots$$
$$x_2 = (q_x^* \cos\omega t - p_x^* \sin\omega t)\cos nx \ldots$$

En réunissant séparément les membres qui contiennent des fonctions trigonométriques et faisant usage de la condition

$$\text{rot}\,\bar{\varphi} = 0 \quad \text{et} \quad \text{div}\,\bar{\psi} = 0,$$

il est aisé de montrer que (8) est une forme positive. Par conséquent, l'expression (6) prend la forme de

$$\frac{d}{dt}\int\int_{\Omega}\int EdV = -\int\int_{\Sigma}\sum_{i=1}^{6}\lambda_i x_i^2\, ds, \qquad \lambda_i > 0$$

d'où il s'ensuit que $x_i \equiv 0$ et

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\lim_{R\to\infty}(Rp_x)\,d\alpha d\beta = 0, \ \ldots \ \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\lim_{R\to\infty}(Rq_x^*)\,d\alpha d\beta = 0.$$

De là il résulte que

$$(Rp_x) = 0, \ \ldots, \ (Rq_z) = 0,$$
$$(Rp_x^*) = 0, \ \ldots, \ (Rq_z^*) = 0.$$

Ainsi donc, nous avons à l'infini

$$\lim_{R\to\infty}(R\bar{\varphi}) = 0; \quad \lim_{R\to\infty}(R\bar{\psi}) = 0. \tag{9}$$

Pour achver notre démonstration il faut encore établir le lemme suivant: la solution de l'équation

$$\Delta u + k^2 u = 0 \tag{I}$$

satisfaisant aux conditions

$$\lim_{R\to\infty} R\left(\frac{\partial u}{\partial n} + iku\frac{\partial r}{\partial n}\right) = 0, \tag{II}$$

$$\lim_{R\to\infty}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}(Ru)^2\,d\alpha d\beta = 0 \tag{III}$$

est identiquement égale à zéro.

En effet, écrivons la solution cherchée sous la forme

$$u = \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\, H^{(2)}_{n+\frac{1}{2}}(kr) \sum_{m=0}^{n} (a_m \cos m\varphi + b_m \sin m\varphi)\, p_n^{(m)}(\cos\theta);$$

pour de grands «r» nous aurons

$$ru = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-i\left(kr - \frac{n+1}{2}\pi\right)}}{\Gamma(n+1)} A_n(r) \sum_{m=0}^{n} (a_m \cos m\varphi + b_m \sin m\varphi)\, p_n^{(m)}(\cos\theta).$$

En nous rappelant que $Ru \underset{\text{pour } R\to\infty}{\to} 0$ et en appliquant l'égalité de Parseval, nous trouverons que $a_m = 0$ et $b_m = 0$, d'où résulte que u est partout égale à zéro, ce qui démontre l'unicité de la solution.

Académie des Sciences de l'URSS,
Institut mathématique V. A. Stekloff.
Moscou

Manuscrit reçu
le 13 XII 1935.

LITTÉRATURE CITÉE

[1]) C. R. Acad. Sci. URSS, IV, 6—7 (1935).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1936. Volume I (X), № 2 (79)

MATHÉMATIQUES

SUR LES FONCTIONS DE GREEN POSITIVES AU SENS DE MERCER

Par M. KREIN

(Présenté par S. N. Bernstein, de l'Académie, le 12 XII 1935)

Soit

$$L(y) = l_0(x)\frac{d^{2n}y}{dx^{2n}} + l_1(x)\frac{d^{2n-1}y}{dx^{2n-1}} + \ldots + l_{2n}(x)\,y$$

un opérateur différentiel, dont les coéfficients $l_i(x)$ $(i = 0, 1, \ldots 2n)$ sont continus et $l_0^2(x) > 0$ pour $a \leqslant x \leqslant b$.

Si le système des conditions aux limites:

$$\sum_{j=0}^{2n-1} \alpha_{ij} y^{(j)} \Big|_{x=a} + \sum_{j=0}^{2n-1} \beta_{ij} y^{(j)} \Big|_{x=b} = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots 2n)$$

est non singulier, il y correspond une fonction de Green $K(x, s)$ $(a \leqslant x, s \leqslant b)$ de l'opérateur $L(y)$. Posons

$$K_{pq}(x, s) = \frac{\partial^{p+q} K(x, s)}{\partial x^p \partial s^q} \qquad (p, q = 0, 1, 2, \ldots, 2n).$$

Les dérivées $K_{pq}(x, s)$ pour $p + q < 2n - 1$ sont toujours continues dans le carré $(a \leqslant x, s \leqslant b)$. En s'appuyant sur ma note: «Sur les dérivées des noyaux de Mercer» (1), on peut établir le

Théorème 1. *Si l'opérateur $L(y)$ a une fonction de Green $K(x, s)$ symétrique positive (au sens de Mercer) et satisfaisant aux conditions aux limites*:

$$\sum_{j=0}^{2n-1} \beta_{ij} y^{(j)} \Big|_{x=b} = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, m;\ m \geqslant 0) \qquad (1)$$

cet opérateur a aussi une fonction de Green $K^*(x, s)$ symétrique positive satisfaisant outre les conditions (1) *aux conditions*:

$$y|_{x=a} = y'|_{x=a} = \ldots\ y^{(n-1)}|_{x=a} = 0.$$

La fonction $K^*(x, s)$ peut être formé, d'après la règle suivante:

1°. *Si le rang r de la matrice $A = \| K_{pq}(a, a) \|_0^{n-1}$ est égal à zéro, posons $K^*(x, s) = K(x, s)$.*

2°. *Si le rang $r > 0$ posons*

$$K^*(x, s) = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} K(x, s) & K_{0p_1}(x, a) & \dots & K_{0p_r}(x, a) \\ K_{p_1 0}(a, s) & & & \\ \cdot & & & \\ K_{p_r 0}(a, s) & & & \end{vmatrix}$$

où $\Delta = | K_{p_r p_r}(a, a) |_1^r$ *est un mineur principal quelconque de A différent de zéro.*

Signalons les corollaires suivants:

Corollaire 1. S'il existe parmi les fonctions de Green de l'opérateur $L(y)$ une fonction de Green $K(x, s)$ symétrique positive, il y existe aussi la fonction de Green $G(x, s)$ symétrique positive correspondante aux conditions aux limites:

$$y|_{x=a} = y'|_{x=a} = \dots = y^{(n-1)}|_{x=a} = 0 \text{ et } y|_{x=b} = y'|_{x=b} = \dots = y^{(n-1)}|_{x=b} = 0$$

et telle que $K(x, s) - G(x, s)$ est un noyau positif du type

$$\sum_{j=1}^{n} \alpha_j(x)\, a_j(s). \qquad (n \leqslant 2n)$$

L'opérateur $L(y)$ satisfaisant aux conditions de ce corollaire sera dit «*positif*».

Corollaire 2. Pour qu'une fonction de Green symétrique $K(x, s)$ de l'opérateur $L(y)$ soit un noyau positif il faut et il suffit que $L(y)$ soit positif et la forme quadratique

$$\sum_{p,\, q=0}^{n-1} K_{pq}(a, a)\, \xi_p \xi_q + 2 \sum_{p,\, q=0}^{n-1} K_{pq}(a, b)\, \xi_p \eta_q + \sum_{p,\, q=0}^{n-1} K_{pq}(b, b)\, \eta_p \eta_q$$

soit non négative.

Le théorème suivant donne le critérium de la positivité de $L(y)$.

Théorème 2. Pour que l'opérateur $L(y)$ soit positif il faut et il suffit que $(-1)^n l_0(x) > 0$ et que le système différentiel

$$L(y) = 0, \quad y|_{x=a} = y'|_{x=a} = \dots = y^{(n-1)}|_{x=a} = 0$$

ait un système de n solutions $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, ..., $\varphi_n(x)$ linéairement indépendantes, tel que

$$W(\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_n) = \begin{vmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \dots & \varphi_n \\ \varphi_1' & \varphi_2' & \dots & \varphi_n' \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_1^{(n-1)} & \varphi_2^{(n-1)} & & \varphi_n^{(n-1)} \end{vmatrix} \neq 0$$

pour tout $a < x \leqslant b$.

Ce théorème est une conséquence de la proposition générale suivante:
Théorème 3. Si le noyau positif

$$K(x, s) = \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} \psi_j(x)\chi_j(s) & (x \leqslant s) \\ \sum_{j=1}^{n} \psi_j(s)\chi_j(x) & (x \geqslant s) \end{cases}$$

où $\psi_1 \ldots \psi_n$, $\chi_1 \ldots \chi_n$ *sont des solutions de l'équation homogène* $L(y) = 0$, *est une fonction de Green de l'opérateur* $L(y)$, *alors*

$$W_n = W(\psi_1, \psi_2, \ldots \psi_n) \neq 0 \qquad \text{pour } a < x \leqslant b, \tag{2}$$

et l'opérateur $L(y)$ *admet la représentation*:

$$L(y) = N' \mid l_0 \mid N(y) \qquad (a < x \leqslant b) \tag{3}$$

où

$$N(y) = \frac{W(\psi_1, \psi_2, \ldots \psi_n, y)}{W(\psi_1, \psi_2, \ldots \psi_n)}$$

et $N'(y)$ *est l'opérateur adjoint à* $N(y)$.

Pour démontrer l'inégalité (2) je remarque d'abord que $K(x, s)$ étant une fonction de Green symétrique positive, la forme quadratique

$$\sum_{p, q=0}^{n-1} K_{pq}(x, x)\,\xi_p \xi_q$$

est positive définie pour tout x entre a et b $(a < x < b)$. D'autre part, le déterminant

$$\mid K_{pq}(x, x) \mid_0^{n-1} = W(\psi_1, \ldots \psi_n)\, W(\chi_1, \ldots \chi_n),$$

d'où il suit (2).

Pour établir (3) je remarque que les identités:

$$\sum_{j=1}^{n} \psi_j^{(p)}(x)\chi_j^{(q)}(x) - \sum_{j=1}^{n} \psi_j^{(q)}(x)\chi_j^{(p)}(x) = \begin{cases} 0 \text{ pour } p + q < 2n - 1 \\ \dfrac{(-1)^p}{l_0(x)} \text{ pour } p + q = 2n - 1 \end{cases}$$

entrainent les suivantes (2):

$$W_{n+k} = W(\psi_1, \ldots \psi_n, \chi_n, \ldots \chi_{n-k+1}) = \frac{(-1)^{\frac{k(k+1)}{2} - kn}}{l_0^k(x)}\, W(\psi_1, \psi_2, \ldots \psi_{n-k}) =$$

$$= \frac{\pm 1}{l_0^k(x)}\, W_{n-k} \qquad (k = 1, 2, \ldots n;\ W_0 = 1).$$

Ayant égard à ce que

$$L(y) = l_0 \frac{W_{2n}}{W_{2n-1}} \frac{d}{dx} \frac{W_{2n-1}^2}{W_{2n} W_{2n-2}} \frac{d}{dx} \cdots \frac{d}{dx} \frac{W_1^2}{W_2 W_0} \frac{d}{dx} \frac{y}{W_0}$$

et

$$N(y) = \frac{W_n}{W_{n-1}} \frac{d}{dx} \frac{W_{n-1}^2}{W_n W_{n-2}} \frac{d}{dx} \cdots \frac{d}{dx} \frac{W_1^2}{W_2 W_0} \frac{d}{dx} \frac{y}{W_0}$$

et $l_0(x) = (-1)^n | l_0(x) |$ on obtient (3).

Pour les démonstrations détaillées des théorèmes 1, 2, 3 nous renvoyons le lecteur à notre travail: «*Sur les équations différentielles et intégrales à nombre fini de valeurs caractéristiques*», qui est en préparation.

Université, Odessa.

Manuscrit reçu le 12 XII 1935

LITTÉRATURE CITÉE

[1] M. Krein, C. R. t. 200, 1935, pp. 797—799. [2] G. Frobenius, J. für Math., 77 (1874), p. 251.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1936. Volume I (X), № 2 (79)

THEORETISCHE ASTRONOMIE

ÜBER EINIGE ANEPICYKLISCHE GEBIETE IM EINGESCHRÄNKTEN DREIKÖRPERPROBLEM

Von N. MOISSEJEV

(Vorgelegt von V. Fesenkov, Mitglied der Akademie, d. 14. XII. 1935)

Es sei

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= 2n\dot{y} + n^2 x - M\frac{x-x_1}{R^3} - m\frac{x-x_2}{\rho^3}, \\ \ddot{y} &= -2n\dot{x} + n^2 y - M\frac{y}{R^3} - m\frac{y}{\rho^3}, \end{aligned} \tag{1}$$

die Differentialgleichungen der Bewegung im ebenen eingeschränkten Dreikörperproblem für den Fall, wenn der Ursprung des rotierenden Koordinatensystems im Schwerpunkte O des Systems von endlichen Massen M und m gewählt ist.

Dann können wir die Differentialgleichungen der isoenergetischen Trajektorienfamilie, d. h. der Familie der Bahnen, die alle ein und dem selben Werte der Jacobischen Konstante h entsprechen, unter Benutzung der Birkhoffschen Koordinaten (x, y, φ) in folgender Form einschreiben:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sqrt{2(U+h)}\cos\varphi, \\ \dot{y} &= \sqrt{2(U+h)}\sin\varphi, \\ \dot{\varphi} &= -2n + \frac{U'_y\cos\varphi - U'_x\sin\varphi}{\sqrt{2(U+h)}}, \end{aligned} \tag{2}$$

wo U die Kräftefunktion bedeutet:

$$U = \frac{n^2}{2}r^2 + \frac{M}{R} + \frac{m}{\rho} \tag{3}$$

und ausserdem:

$$r^2 = x^2 + y^2;\quad R^2 = (x - x_1)^2 + y^2;\quad \rho^2 = (x - x_2)^2 + y^2;\quad Mx_1 + mx_2 = 0,$$

$$x_2 - x_1 = a,\quad x_2 > 0,\quad n^2 = \frac{M+m}{a^3};$$

sind.

Betrachten wir nun im Birkhoffschen Phasenraum (x, y, φ) die Flächenfamilie:

$$\sqrt{2(U+h)}\,(x\sin\varphi - y\cos\varphi) + n(x^2+y^2) = f, \tag{4}$$

wo f den Scharparameter darstellt, und stellen wir uns die Aufgabe die Berührungscharakteristiken der Trajektorien mit dieser Flächenschar zu untersuchen.

Die Bedingung der Berührung zwischen einer der Trajektorien des Problems einerseits und einer der Flächen (4) anderseits lautet:

$$\dot{f} \equiv mx_2\left(\frac{1}{R^3} - \frac{1}{\rho^3}\right)y = 0. \tag{5}$$

Aus dieser Formel ist ersichtlich, dass wir folgende Klassifikation der Teile des Birkhoffschen Phasenraumes feststellen können.

Zwei Gebiete, nämlich:

$$R < \rho,\quad y > 0, \tag{6}$$

$$R > \rho,\quad y < 0, \tag{7}$$

sind die sogenannten Gebiete des ausgehenden Stromes, dann in jedem Punkte dieser Gebiete erweist sich $\dot{f}$ als eine positiv definite Funktion des Ortes und dementsprechend sind in keinem der Punkte dieser Gebiete die Berührungen der Trajektorien mit irgendwelcher der Flächen (4) möglich.

Ganz analog sind die Gebiete:

$$R < \rho,\quad y < 0, \tag{8}$$

$$R > \rho,\quad y > 0, \tag{9}$$

die Gebiete des eingehenden Stromes, denn in diesen Gebieten ist $\dot{f}$ eine negativ definite Funktion des Ortes und dementsprechend—erweisen sich die Berührungen in jenem Punkte dieser Gebiete als möglich.

Alle Berührungen zwischen Trajektorien und Flächen (4) sind auf zwei Ebenen und nämlich:

$$x = \frac{x_2(M-m)}{2M}, \tag{10}$$

und

$$y = 0 \tag{11}$$

gelagert und diese Ebenen erweisen sich als geometrische Örter der Berührungspunkte.

Aus dem Vorangehenden ergibt sich sogleich folgender Satz:

Jedes der vier Gebiete, welche in der Bewegungsebene (x, y) durch die Ungleichungen (6), (7), (8), (9) definiert sind, ist ein anepicyklisches Bereich, d. h., ein solches Bereich, in dem eine gewöhnliche Trajektorie, die keine Punkte in der Unendlichkeit und, allgemeiner gesagt, keine Singularitäten im Sinne von Hadamard hat(1), mit allen ihren Punkten nicht eingeschlossen sein kann.

Im besondern ergibt sich aus diesem Satze folgendes:

Es gibt keine periodische Bahn im eingeschränkten Dreikörperproblem, die nicht mindestens eine der Geraden (10) oder (11) schneidet. Die Gerade (10), wie es leicht zu ersehen ist, geht durch die beiden «triangularen» Librationspunkte L_4 und L_5.

Dem obengesagten gemäss soll jede «im Sinne von Hadamard nicht ausschliessliche» Phasentrajektorie mindestens eine der Ebenen (10) oder (11) unendlich oft schneiden. Wir übergehen jetzt zur Untersuchung dieser Schnittpunkte.

Zu diesem Zwecke bilden wir die sogenannte Charakteristik des Kontaktes (2), d. h. den Ausdruck für die zweite Ableitung von f nach t, gerechnet mit der Voraussetzung, dass die Berührungsbedingung (5) gilt.

Diese Charakteristik erweist sich gleich:

1) auf der Ebene (10):

$$\ddot{f} = -\frac{48\,Mm}{(M+m)\,a^2}\sqrt{2\,(U+h)}\,y\cos\varphi \tag{12}$$

und 2) auf der Ebene (11):

$$\ddot{f} = \frac{Mma}{(M+m)}\sqrt{2\,(U+h)}\left(\frac{1}{R^3}-\frac{1}{\rho^3}\right)\sin\varphi, \tag{13}$$

wo:

$$R = |x - x_1|, \quad \rho = |x - x_2|$$

sind.

Diese beide Formeln zeigen, dass der geometrische Ort der Berührungen von höheren Ordnung in dem betrachteten Falle in eine Gerade entartet ist, die zur $O\varphi$-Axe parallel verläuft:

$$\left.\begin{aligned} y &= 0 \\ x &= \frac{M-m}{2\,(M+m)}\,a \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

In (x, y)-Ebene entspricht dieser Geraden als ihrer Projektion der Schnittpunkt der Geraden (10) und (11).

Dieser Entartung zufolge kann im untersuchten Falle die Berührungscharakteristik keine weitere Erforschung der Trajektorieneigenschaften zulassen.

Zum Schlusse bemerken wir, dass man ganz analoge Resultate auch in dem Falle erhalten kann, wenn der Koordinatenursprung in einer der endlichen

Massen gewählt wird. So zum Beispiel, wenn die Masse M zum Ursprung genommen wird, so werden ganz analoge Überlegungen uns zum Schlusse führen, dass jedes der Bereiche:

$$\rho < a, \quad y > 0, \tag{15}$$
$$\rho > a, \quad y < 0, \tag{16}$$
$$\rho < a, \quad y < 0, \tag{17}$$
$$\rho > a, \quad y > 0. \tag{18}$$

im Einzelnen—ein anepicyklisches Bereich ist.

Sternbergsches Astronomisches
Institut Moskau.

Eingegangen
d. 14 XII 1935.

ZITIERTE LITERATUR

[1] V. Moisseiev, Sur quelques méthodes générales de l'analyse qualitative, Publ. de l'Institut Astronomique de Moscou, vol. 7. [2] Loco citato.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1936. Volume I (X), № 2 (79)

THEORETISCHE ASTRONOMIE

ÜBER EIN VEREINFACHTES SCHEMA DES PLANETENSYSTEMS

Von N. MOISSEJEV

(Vorgelegt von V. Fesenkov, Mitglied der Akademie, d. 14. XII 1935)

Betrachten wir das folgende Schema.

Zwei endliche Massen M und m bewegen sich nach den Keplerschen Gesetzen um den gemeinen Schwerpunkt O in den kreisförmigen Bahnen, deren Halbmesser resp. D und d gleich sind.

In der $\xi O \eta$-Ebene, in der, der Voraussetzung gemäss, beide obengenannten Kreise liegen, gibt es auch eine endliche Anzahl n der unendlich-dünnen materiellen kreisförmigen Ringe, deren gemeinsamer Mittelpunkt mit dem Schwerpunkt O des Systems zusammenfällt. Die Gesamtmassen, wie auch die Halbmesser dieser Ringe sollen resp. durch die Buchstaben: m_1, m_2, m_3,..., m_n und d_1, d_2, d_3,..., d_n bezeichnet werden.

Das Gravitationspotential des obendefinierten Systems auf den Punkt $P(\xi, \eta, \zeta)$ kann man in folgender Form darstellen:

$$W = \frac{M}{R} + \frac{m}{\rho} - \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{\Delta_i} \int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \varkappa_i^2 \sin^2 \varphi}}, \tag{1}$$

wo

$$R^2 = (\xi + D\cos nt)^2 + (\eta + D \sin nt)^2 + \zeta^2,$$
$$\rho^2 = (\xi - d\cos nt)^2 + (\eta - d \sin nt)^2 + \zeta^2,$$
$$r^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2,$$
$$\Delta_i^2 = d_i^2 + r^2 + 2d_i \sqrt{\xi^2 + \eta^2},$$
$$D + d = a; \quad MD = md; \quad n^2 = \frac{M+m}{a^3},$$

und

$$\varkappa_i^2 = \frac{4d_i \sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{d_i^2 + r^2 + 2d_i \sqrt{\xi^2 + \eta^2}}$$

ist.

Dementsprechend kann man die Bewegungsgleichungen eines freien «massenlosen» Punktes P relativ zu dem rotierenden Koordinatensystem $Oxyz$, dessen X-Axe beständig durch die beiden endlichen Massen M und m geht, wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= 2n\dot{y} + U'_x, \\ \ddot{y} &= -2n\dot{x} + U'_y, \\ \ddot{z} &= U'_z. \end{aligned} \tag{2}$$

mit der Bezeichnung:

$$U = \frac{n^2}{2}\bar{r}^2 + \frac{M}{R} + \frac{m}{\rho} - \frac{2}{\pi}\sum_{i=1}^{n}\frac{m_i}{\Delta_i}\int_{\varphi=0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\varphi}{\sqrt{1-\varkappa_i^2\sin^2\varphi}}, \tag{3}$$

wo

$$\begin{aligned} r^2 &= x^2 + y^2 + z^2, \\ \bar{r}^2 &= x^2 + y^2, \\ R^2 &= (x+D)^2 + y^2 + z^2, \\ \rho^2 &= (x+d)^2 + y^2 + z^2, \\ \Delta_i^2 &= d_i^2 + r^2 + 2d_i\bar{r}, \\ \varkappa_i^2 &= \frac{4d_i\bar{r}}{\Delta_i^2}. \end{aligned}$$

Das System der Gleichungen (2) lässt einen Integral vom Typus des berühmten Jacobischen Integrals des restringierten Dreikörperproblems zu, und nämlich:

$$\varphi^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = 2(U + \bar{h}). \tag{4}$$

Diese Bemerkung zeigt uns, dass die qualitative Analyse des obenangeführten Differentialsystems (2) nach dem Muster der qualitativen Analyse des restringierten Dreikörperproblems aufgebaut werden kann.

Was aber die himmels-mechanische Deutung dieses Schema anbetrifft, so kann sie folgendermassen formuliert werden:

Dem schönen Satz zufolge, welcher in der Arbeit von Gauss: «Determinatio attractionis quam in punctum quodvis positionis data exerceret planeta, si ejus massa per totam orbitam ratione temporis quo singulae partes describuntur uniformiter esset dispertita» (Werke, Bd. 3, S. 331), bewiesen worden ist, können wir bei der Rechnung der Säkularstörungen den störenden Planeten durch den unendlich-dünnen materiellen Ring ersetzen, der entstünde, wenn die Gesamtmasse des Planeten über die ganze Planetenbahn umgekehrt-proportional der sektoriellen Geschwindigkeiten verteilt wäre.

Also, wenn wir die Massen M und m mit der Sonne und dem Jupiter und die Ringe (d_1, m_1), (d_2, m_2),... u. s. w. mit den Gauss'schen Ringen für die anderen grossen Planeten des Sonnensystems identifizieren, so werden wir die Möglichkeit erhalten das obenbesprochene Schema als ein solches zu betrachten, das gleichzeitig mit allen Störungen vom Jupiter die säkularen Störungen von allen übrigen grossen Planeten wiedergibt, leider mit der Bedingung, dass die Exzentrizitäten und Neigungen von allen störenden Planeten gleich Null sind.

Wie belastend diese letzte Bedingung auch nicht wäre, so scheint es uns doch, dass in einigen Problemen der Himmels-Mechanik man dem obeneingeführten Schema des Sonnensystems Vorzug im Vergleich mit dem Schema des restringierten Dreikörperproblems geben darf.

Sternbergsches Astronomisches
Institut. Moskau.

Eingegangen
d. 15. XI. 1935.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1936. Volume I (X), № 2 (79)

PHYSIK

EIN EINFACHES BEISPIEL AUS DER BORNSCHEN ELEKTRODYNAMIK

Von S. ŠUBIN (SCHUBIN) und A. SMIRNOW

(Vorgelegt von L. I. Mandelstamm, Mitglied der Akademie, d. 15. XII. 1935)

Die vorliegende Mitteilung behandelt die folgende Frage:

Wie sind, nach der Bornschen Elektrodynamik, die Eigenschaften einer ebenen monochromatischen Lichtwelle im Raum, in dem ein homogenes elektrostatisches Feld herrscht, dessen Stärke im Vergleich mit der des kritischen Feldes klein ist?

Wir wissen, dass in Vakuum (d. h. in Abwesenheit aller anderen Felder) die monochromatische Lichtwelle nach Born dieselben Eigenschaften wie auch nach Maxwell besitzt. Infolge der Nichtlinearität der Grundgleichungen der neuen Elektrodynamik, muss aber die Einschaltung des äusseren Feldes die optischen Eigenschaften des Raumes verändern. Daher kommt die eben angegebene Fragestellung, die bei der klassischen Behandlung der Bornschen Theorie gewissermassen typisch ist.

1. Da hier für uns nur die prinzipielle Seite des Problems von Interesse ist, so nehmen wir als Ausgangspunkt die Born'schen Gleichungen in ihrer ersten einfachsten Form an. Benutzen wir zur Beschreibung des Feldes die Vektoren $\vec{E}$ und $\vec{B}$, so lauten diese Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{rot}\vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} + 0,\ \operatorname{div}\vec{B} = 0 \\ \operatorname{rot}\vec{B} - \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{2}\frac{1}{1+F}\left([\operatorname{grad}F, \vec{B}] - \frac{1}{c}\frac{\partial F}{\partial t}\vec{E}\right), \\ \operatorname{div}\vec{E} = \frac{1}{2}\frac{1}{1+F}\operatorname{grad}F\ \vec{E}, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

wo

$$F = \frac{B^2 - E^2}{b^2} \qquad (2)$$

ist (b ist das kritische Feld).

Nun suchen wir die Lösung dieser Gleichungen in folgender Form

$$E_x = E_x^0 \cos\omega_1\left(t - \frac{x}{v_1} + \varphi_1\right) + N\cos\alpha, \quad E_y = E_y^0 \cos\omega_2\left(t - \frac{x}{v_2} + \varphi_2\right) + \\ + N\sin\alpha, \quad E_z = E_z^0 \cos\omega_3\left(t - \frac{x}{v_3} + \varphi_3\right)$$
$$B_x = B_x^0 \cos v_1\left(t - \frac{x}{\omega_1} + \Theta_1\right), \quad B_y = B_y^{0'} \cos v_2\left(t - \frac{x}{\omega_2} + \Theta_2\right), \tag{3}$$
$$B_z = B_z^0 \cos v_3\left(t - \frac{x}{\omega_3} + \Theta_3\right).$$

Mit anderen Worten wählen wir die Richtung des Wellenvektors als x-Achse und die von diesem Vektor und dem Vektor des äusseren Feldes $\vec{N}$ gebildete Ebene als xy-Ebene aus; α ist der Winkel zwischen den beiden Vektoren. Was die Komponenten des Wellenfeldes betrifft, so nehmen wir an, dass sie periodische Funktionen von x und t sind. Dabei sind, falls N/e klein ist, die Grössen wie $\frac{v_1 - c}{c}$, $\frac{E_x^0}{E_0}$ u. s. w. —überhaupt alle die Abweichung unserer Lösung von der Maxwellschen kennzeichnenden Grössen—offenbar auch klein.

Es ist nicht schwer sich davon zu überzeugen, dass indem man aus (3) ausgeht und alle Potenzen der kleinen Grössen ausser den niedrigsten vernachlässigt, gelangt man ganz eindeutig (im gewissen Sinn—s. weiter) zur folgenden Lösungsklasse der Born'schen Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} E_x = p\cos\omega\left(t - \frac{x}{v} + \varphi\right) + N\cos\alpha, \quad E_y = L\cos\omega\left(t - \frac{x}{v} + \varphi\right) + \\ + N\sin\alpha, \quad E_z = L'\cos\omega'\left(t - \frac{x}{c} + \varphi'\right) \\ B_x = 0, \quad B_y = -L'\cos\omega'\left(t - \frac{x}{c} + \varphi'\right), \quad B_z = M\cos\omega\left(t - \frac{x}{v} + \varphi\right) \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{N^2}{b^2}\sin^2\alpha \tag{5}$$

$$M = \frac{c}{v}L, \quad p = -L\frac{N^2}{b^2}\sin\alpha\cos\alpha \tag{6}$$

Aus dem Vergleich dieser Formeln mit den bekannten Formeln der elektromagnetischen Kristalloptik ergibt sich die Möglichkeit, deren Inhalt in folgender anschaulicher Weise auszudrücken:

In Anwesenheit eines homogenen elektrischen Feldes von Stärke $\vec{N}$, verhalten sich die Vektoren $\vec{E}$ und $\vec{B}$ der ebenen monochromatischen Lichtwelle, in erster Annährung, ebenso wie sie sich in einem einachsigen Kristall verhalten würden, dessen optische Achse nach $\vec{X}$ gerichtet wäre und dessen eine Hauptdielektrizitätskonstante

$$\varepsilon = 1 + \frac{N^2}{b^2} \tag{7}$$

und zwei anderen gleich 1 wären.

Dies ist nun die Antwort auf die oben gestellte Frage.

2. Der Übergang von $\vec{E}$ und $\vec{B}$ zum zweiten Paar der Feldvektoren $\vec{D}$ und $\vec{H}$ ergibt sich mittels den bekannten Formeln

$$\vec{D} = \frac{\vec{E}}{\sqrt{1+F}}, \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\sqrt{1+F}}. \tag{8}$$

Das Einsetzen von (2) und (4) in (8) liefert folgende Ergebnisse.

Zunächst erweisen sich die longitudinalen Komponenten der beiden Vektoren D_x und H_x unserer Welle als gleich Null. Diese Tatsache weist daraufhin, dass die Richtung des Poynting-Vektors der Welle—es sei daran erinnert, dass in der Born'schen Theorie der Poynting-Vektor durch das Produkt $(\vec{D}\vec{B})$ bestimmt wird—in unserem Fall, im Gegensatz zur Kristalloptik, mit der Richtung des Wellenvektors zusammenfällt.

Ausserdem, unterscheiden sich die Vektoren $\vec{D}$ und $\vec{H}$ von $\vec{E}$ und $\vec{B}$ durch das Vorhandensein kleiner additiver Zusatzgliedern, von denen einige konstant andere aber periodisch in x und t sind, wobei, die letzteren sich—sowohl nach ihren Phasenfaktoren als auch nach der Beziehung zwischen elektrischen und magnetischen Vektoren—nur wenig von den Lösungen der üblichen Maxwellschen Vakuumgleichungen unterscheiden. Man muss aber in Betracht ziehen, dass man derartige Ausdrücke auch der Ausgangslösung (4) zufügen kann, ohne ihre Gültigkeit als erster Näherung zu stören (es ist gerade die oben erwähnte «Nichteindeutigkeit»). Dieser Umstand muss in Betracht gezogen werden, wenn man die Grenzbedingungen für das Lichtfeld am Rande des Kondensators befriedigen sucht. Wir beschränken uns hier auf diese kurze Bemerkungen; eine nähere Diskussion der erhaltenen Ausdrücke wird a. a. O. gegeben sein.

Es erfolgt unter anderem aus der Formel (4), dass beim Passieren des Lichtstrahles durch den Kondensator von Länge l, zwischen y- und z-Komponenten des elektrischen Feldes des Strahles eine gewisse, im einfachsten Fall

$$\varphi = \pi \frac{N^2}{b^2} \frac{l}{\lambda} \tag{9}$$

gleiche zusätzliche Phasendifferenz entsteht (wo λ die Wellenlänge des Lichtes ist). Diese Phasendifferenz könnte prinzipiell beobachtet werden (man erinnere sich jedoch dass b irgendwo bei 10^{17}—10^{18} $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ liegt!).

3. Die erhaltenen Ergebnisse kann man formell mittels der Terminologie der Dirac'schen Positronentheorie interpretieren. Und zwar kann man sagen, dass das gleichzeitige Vorhandensein unserer beiden Felder die «Polarisation des Vakuums» hervorruft, durch die die Eigenschaften der Lichtwelle verändert werden. Die Analogie zwischen der Born'schen und der Dirac'schen Theorien ist in der Literatur vielfach erörtert worden (wohl in einem etwas anderen Zusammenhang).

Ähnliche «Polarisationseffekte» werden von der Born'schen Theorie auch für andere ähnliche Fälle vorausgesagt. So sind von uns ausser dem angegebenen noch zwei solche Fälle durchgerechnet worden: (a) die ebene Welle im homogenen magnetischen Felde und (b) die zwei ebene Wellen im Vakuum. Es ist unter anderem zu bemerken, dass die nach Born berechnete «Wechselwirkung» zweier Lichtwellen keineswegs als eine einfache «Streuung

von Licht an Licht» beschrieben werden kann, da abgesehen von diesem Effekt erhält jede Welle «anomale» Eigenschaften, die dadurch bedingt sind, dass sie sich in dem Medium, das unter Einwirkung der anderen Welle polarisiert ist, ausbreitet. Die zugehörigen Berechnungen werden a. a. O. veröffentlicht sein.

Für das bessere Verständnis der Born'schen Theorie wäre es von Interesse, das Verhalten einer Lichtwelle in der Nähe des Elektrons von dem ähnlichen klassischen Standpunkt zu betrachten. Das Ziel der vorliegenden Notiz liegt nur darin, mittels eines einfachsten Beispiels die Aufmeksamkeit auf diesen Fragenkreis zu lenken.

Theoretische Gruppe
des Ural-Physikalischtechnischen Instituts
Swerdlowsk

Eingegangen
d. 15. XII. 1935.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1936. Volume I (X), № 2 (79)

PHYSIK

WENIG MODIFIZIERTE STREUSTRAHLUNG VON KRISTALLEN UND DIE EIGENSCHWINGUNGEN DER MOLEKÜLE DES GITTERS

Von M. VUKS

(Vorgelegt von D. S. Rojdestvenskij, Mitglied der Akademie, d. 14. XII. 1935)

Es wurden vor kurzem von E. Gross und vom Verfasser (1) mehrere Mitteilungen über Streuspektren von organischen Flüssigkeiten und folgenden Kristallen: Benzol, *p*-Dibrombenzol, Diphenyl-Äther und Naphthalin, gemacht. In den Spektren der obengenannten Kristalle wurden Linien sehr kleiner Verschiebung festgestellt, deren Raman-Frequenzen zwischen 20 cm^{-1} und 130 cm^{-1} liegen.

Diese Linien haben eine Eigentümlichkeit, welche darin besteht dass sie nur in Spektren von Kristallen beobachtet werden. Bei Flüssigkeiten fehlen sie; anstatt dieser Linien haben aber Flüssigkeiten in jedem Gebiet eine kontinuirliche Strahlung, die bei der Rayleigh-Linie selbst beginnt und sich nach beiden Seiten bis auf 130 cm^{-1} erstreckt.

Es wurde von uns ein enger Zusammenhang zwischen der kontinuirlichen Strahlung in der Nähe der Rayleigh-Linie bei Flüssigkeiten und der wenig verschobenen diskontinuirlichen Strahlung der Kristalle festgestellt und damit gezeigt, dass diese beiden Erscheinungen einen gleichen Ursprung haben. Es wurde die Vermutung ausgesprochen, dass das wenig verschobene Gebiet des Spektrums eines Kristalls den Schwingungen zuzuschreiben sei, die den Bedingungen zwischen den Molekülen des Gitters entsprechen. Gemäss einer solchen Auffassung der Ursache der neuen Linien des Kristalls wurde das kontinuirliche Spektrum der Flüssigkeit durch die Schwingungen innerhalb der Reste der Kristallstruktur erklärt. Diese Erklärung musste jedoch als blosse Vermutung betrachtet werden.

Um die Frage über den Ursprung der neuen Linien der Kristalle mit mehr Bestimmtheit zu lösen war es von Interesse das Spektrum eines para-Dichlorbenzol-Kristalls ($C_6H_4Cl_2$) zu erforschen. Erstens war es wichtig das Spektrum eines *p*-Dichlorbenzol-Kristalls mit dem bereits vorher erforschten Spektrum eines *p*-Dibrombenzol-Kristalls ($C_6H_4Br_2$) zu vergleichen. Wie bekannt, sind die *p*-Dichlorbenzol-Kristalle und die *p*-Dibrombenzol-Kristalle isomorph (2), und es bestehen Gründe für die Annahme, dass beide ein gleiches Raumgitter haben. Es war somit eine bestimmte Ähnlichkeit in den Spektren kleiner Frequenzen zu erwarten.

Zweitens geben Beck und Ebbinghaus ([3]) an, dass im *p*-Dichlorbenzol-Kristall bei $t=39.5°$ eine gewisse Umwandlung stattfindet; es war deshalb interessant nachzuprüfen, ob sich das Spektrum kleiner Frequenzen beim Übergang von einer Modifikation zur anderen ändern würde.

Die Beobachtungen des Verfassers an einem *p*-Dichlorbenzol-Monokristall bestätigten überzeugend das Vorhandensein einer bestimmten mit der Temperatur in Zusammenhang stehenden Umwandlung. Erwärmt man langsam den Kristall, so kann man beobachten, wie bei einer gewissen Temperatur an irgendeiner Stelle der Oberfläche des Kristalls sich plötzlich ein Teilchen der neuen β-Modifikation bildet, welches sich allmählig auf Kosten der vorhandenen α-Modifikation so lange vergrössert, bis schliesslich die gesamte α-Modifikation in die β-Modifikation übergegangen ist. Kühlt man nachher die β-Modifikation ab, so kann man den umgekehrten Übergang beobachten. Der Umwandlungsvorgang lässt sich nach der rissähnlichen beweglichen Grenze, die die eine Modifikation von der anderen trennt und die Kristalle sharf in zwei Teile teilt, feststellen. Die Umwandlung beginnt nicht immer bei ein und derselben Temperatur. In einem Falle trat bei der Abkühlung des Kristalls die $\beta \rightarrow \alpha$ Umwandlung mit einer solchen Verspätung ein, dass sie erst bei $t=20°$ begann. Bei der Erwärmung der α-Modifikation begann die $\alpha \rightarrow \beta$ Umwandlung in einigen Fällen schon bei $t=37°$. Folglich liegt der wahre Umwandlungspunkt nterhalb der obenerwähnten Temperatur 39.5°.

Das Streuspektrum der α-Modifikation des *p*-Dichlorbenzol-Kristalls wurde bei $t=4°$, 20° und 34° aufgenommen, das Spektrum der β-Modifikation—bei $t=44°$, 37° und 23°. Die Spektren ein und derselben Modifikation waren bei allen Temperaturen gleich.

Es erwies sich, dass die Spektren kleiner Frequenzen der α- und β-Modifikationen, sich scharf von einander unterscheiden. In der α-Modifikation wurden die Frequenzen $\Delta\nu=27.5$, 46.5, 54.0 und 93 cm^{-1} beobachtet in der β-Modifikation—die Frequenzen $\Delta\nu=43.3$, 54.5 und 82.0 cm^{-1}. Das übliche Ramanspektrum erwies sich in den beiden Modifikationen vollkommen gleich: es stimmt mit dem für flüssiges *p*-Dichlorbenzol bekannten Spektrum überein ([4]). Dieses Ergebnis ist eine überzeugende Bestätigung unserer ursprünglichen Annahme über die Herkunft kleiner Frequenzen des Streuspektrums von Kristallen, dass sie nämlich nicht durch Bindungen in den Molekülen, sondern durch Bindungen zwischen den Molekülen bedingt sind. Wir haben hier die Eigenfrequenzen der Moleküle des Gitters. Diese Ergebnisse geben zugleich eine weitere Bestätigung der obenerwähnten neuen, von E. Gross und vom Verfasser gegebenen Erklärung der Kontinuirlichen Strahlung bei der Rayleigh-Linie der Flüssigkeiten, laut welcher diese Strahlung von der quasikristallinischen Struktur der Flüssigkeiten bedingt ist.

Ohne Zweifel kann die Untersuchung des Spektralgebietes in der Nähe der Rayleigh-Linie als eine neue Methode zur Erforschung der Kristallstruktur werden.

Es lässt sich trotz des grossen Unterschieds zwischen den Spektren der α-und β-Modifikationen des *p*-Dichlorbenzol-Kristalls auch eine gewisse Ähnlichkeit zwischen ihnen angeben. Wir wissen nicht aus welchen Strukturänderungen die $\alpha \rightarrow \beta$ Umwandlung des Kristalls besteht und können nicht sagen, ob irgend welche Übereinstimmung zwischen den Streuspektren, die den Bindungen der Moleküle des Gitters bei der α- und β-Modifikation entsprechen, besteht. Sollte aber so eine Übereinstimmung existieren, so scheint folgende Zusammenstellung der Frequenzen der α- und β-Modifikationen die richtigste zu sein:

p-Dichlorbenzol α	$\Delta\nu\,cm^{-1} = 27.5$	46.5	54.0	93
p-Dichlorbenzol β	$\Delta\nu\,cm^{-1} = 43.3$		54.5	82

Eine solche Zusammenstellung ist auf Grund einer gewissen Ähnlichkeit im Charakter der entsprechenden Streuungs-Linien der α- und β-Modifikationen gemacht worden. Den Frequenzen $\Delta\nu=27.5$ und 43.3 cm^{-1} entsprechen die intensivsten und schärfsten Linien. Die Frequenzen $\Delta\nu=93$ und 82 cm^{-1} geben, im Gegenteil, sehr breite verwaschene Linien. Die Intensitäts-Verhältnisse der Linien $\Delta\nu=27.5$ und 93 cm^{-1} bei der α-Modifikation und der Linien $\Delta\nu=43.3$ und 82 cm^{-1} bei der β-Modifikation sind auch von gleicher Grössenordnung. Den zwei nahen, etwas verwaschenen und deswegen nicht völlig getrennten Linien der α-Modifikation, $\Delta\nu=46.5$ und 54.0 cm^{-1}, haben wir eine scharfe Linie $\Delta\nu=54.5$ cm^{-1} der β-Modifikation nur darum zugeordnet, weil diese Linien nahe zu gleiche Frequenzen und ungefähr gleiche Intensitäten haben. In diesem Falle ist die Zuordnung weniger sicher.

Jetzt wollen wir die Spektren der *p*-Dichlorbenzol und *p*-Dibrombenzol-Kristallen vergleichen. Der *p*-Dibrombenzol-Kristall wurde bei der Temperatur des Raumes $t=20°$, d. h. in der β-Modifikation untersucht, da Beck und Ebbinghaus als Umwandlungspunkt $t=8°$ angeben. Vergleichen wir nun sein Spektrum mit demjenigen der β-Modifikation des *p*-Dichlorbenzol-Kristalls. Ein solcher Vergleich zeigt, dass die Spektren kleiner Frequenzen tatsächlich in Vielem einander ähnlich sind. Es wurden bei beiden Kristallen je drei Frequenzen beobachtet:

p-Dibrombenzol	$\Delta\nu\,cm^{-1} = 20.1$	37.8	93
p-Dichlorbenzol	$\Delta\nu\,cm^{-1} = 43.3$	54.5	82

Die Zusammenstellung ist auch hier auf Grund einer Ähnlichkeit im Charakter der Linien gemacht. Die Linien des *p*-Dibrombenzol-Kristalls mit den Frequenzen $\Delta\nu=20.1$ und 37.8 cm^{-1}, und diejenigen des *p*-Dichlorbenzol-Kristalls mit den Frequenzen $\Delta\nu=43.3$ und 54.5 cm^{-1} sind von gleicher Schärfe. Die Linien $\Delta\nu=93$ cm^{-1} und 82 cm^{-1} sind dagegen sehr breit.

Nehmen wir an, dass die *p*-Dibrombenzol und *p*-Dichlorbenzol-Kristalle in derselben Modifikation eine identische Struktur haben und sich von einander nur dadurch unterscheiden, dass die Masse eines $C_6H_4Cl_2$-Moleküls kleiner als diejenige eines $C_6H_4Br_2$-Moleküls ist. In diesem Falle wäre es zu erwarten, dass beim Übergang vom *p*-Dibrombenzol-Kristall zum *p*-Dichlorbenzol-Kristall sämtliche Schwingungsfrequenzen entsprechend grösser sein werden. Dieser zu erwartende Effekt bestätigte sich tatsächlich für zwei Bindungen, denen im *p*-Dibrombenzol-Kristall die Frequenzen $\Delta\nu=20.1$ und 37.8 cm^{-1} und im *p*-Dichlorbenzol-Kristall die Frequenzen $\Delta\nu=43.3$ und 54.5 cm^{-1} entsprechen. Für die dritte Bindung wurde aber ein Resultat erhalten, dass unserer Erwartung widerspricht: die Frequenz nimmt von $\Delta\nu=$ 93 cm^{-1} bis auf $\Delta\nu=82$ cm^{-1} ab.

Zusammenfassung

1) Es wurden die Spektren von zwei Modifikationen des *p*-Dichlorbenzol-Kristalls aufgenommen.

2) Es wurde ein grosser Unterschied zwischen den Spektren kleiner Frequenzen der α- und β-Modifikationen festgestellt, dadurch wird die Annahme bestätigt, dass diese Frequenzen den Eigenschwingungen der Moleküle des Gitters zugehörig sind.

3) Ein Vergleich der Streustrahlung der isomorphen *p*-Dichlorbenzol und *p*-Dibrombenzol-Kristallen stimmt ebenfalls mit dem erwähnten Standpunkt überein.

Staatliches Optisches Institut
Leningrad.

Eingegangen
d. 4. XII. 1935.

ZITIERTE LITERATUR

[1] E. Gross a. M. Vuks, Nature, **136,** p. 109, 431, 998, (1935). Journal de Physique (im Druck). [2] Siehe, z. B., P. Groth, Chem. Kristallographie, Leipzig T. **4,** S. 2, (1917). [3] K. Bech, und Ebbinghaus, Berichte Deutsch. Chem. Ges. **39,** S. 3870, (1906). [4] Mlodzianowska, ZS. f. Phys., **65,** S. 124, (1930).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1936. Volume I (X), № 2 (79)

CHEMISTRY

SYMM. DI-[α-α′-PICOLYL]-THIO-UREA

By K. S. TOPČIJEV (TOPTSCHIEW)

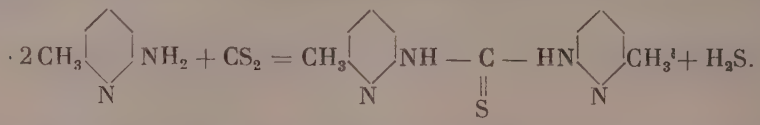
(Communicated by A. E. Favorskij, Member of the Academy, 13. XI. 1935)

A thio-urea corresponding to α-α′-amino-picoline has not been obtained up to the present. The obtaining of dipicoline-thio-urea is a matter of great interest from a theoretical point of view, and it is possible that in connexion with the results of our work on the synthesis of the physiologically active derivatives of dipyridyl-guanidine it may become a matter of great practical importance. Namely, in our previous work (1) it has been shown that dipyridyl-guanidine and dipyridyl-methyl-guanidine obtained by us from a corresponding dipyridyl-thio-urea by the method of desulphurization by salts of heavy metals—in the presence of corresponding amines—possess clearly expressed anaesthetizing properties. The dipyridyl-methyl-guanidine, which possesses such properties in a greater degree than dipyridyl-guanidine, was handed over to the All-Union Institute of Experimental Medicine for the purpose of physiological tests. The results obtained up to now from the tests at the Institute permit us to entertain the hope that a new anaesthetizing substance has been found which after the clinical tests will be adapted in practice.

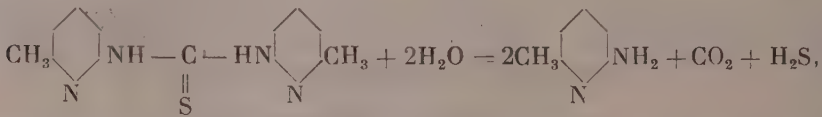
A number of theoretical and practical problems arise on the ground of the above circumstance. In regard to the question of the connexion between the structure and the physiological action, it is of the greatest importance to trace, on the one hand, what influence the elongation of the chain taking place at the imine nitrogen of the dipyridyl-guanidine obtained by us has on the physiological properties of the compounds obtained. It is this problem on which we are engaged at the present time. On the other hand, for the same reasons, it is very important from a theoretical point of view to ascertain what will be the behaviour—in regard to physiological properties—of the molecule of picoline in the same compounds, this molecule being the nearest homologue of pyridine.

Besides the above-mentioned considerations, the problem of obtaining dipicolyl-thio-urea for such purposes is of great practical importance. The inital substance for obtaining picolyl-urea-α-α′ amino-picolyl requires for its synthesis picoline, which, together with pyridine, is contained in the crude pyridine bases. Therefore, from the point of view of a simultaneous and complex utilization of the raw material, it is important to carry out a synthesis and a thorough investigation of the corresponding derivatives of dipicolyl-thio-urea. The synthesis of dipicolyl-thio-urea takes place under

conditions that are analogous to the obtaining of dipyridyl-thio-urea and proceeds according to the following reaction:



The dipicolyl-thio-urea obtained reacts with diluted aqueous HCl with the formation of carbonic acid, hydrogen sulphide and α-amino-picoline according to the equation:



which proves its normal structure—a derivative of the amine form of α-α′-amino-picoline.

EXPERIMENTAL PART

20 g of α-α′-amino-picoline, obtained according to the usual method of amination of picoline by sodium amide ([2]), were mixed with 40 g of carbon disulphide in an Erlenmeyer flask. This mixture was heated during 4 days on a water bath with a back-flow condenser so that the liquid in the flask was kept slightly boiling. The reaction proceeds very slowly, and at the end of 4 days there is still a slight evolution of hydrogen disulphide. However, the reaction may be accelerated by the addition of a small quantity of sulphur. When the whole reacting mixture had cooled down to a crystalline mass, the heating was discontinued, the crude dipicolyl-thio-urea was drained and washed twice with carbon disulphide. After drying, 14 g of crude crystalline product was obtained. If to the carbon disulphide filtrate be added double the volume of alcohol and then water, until it becomes very turbid, the liquid separates into two layers. After the removal of the upper layer and the addition of the treble volume of water to the same, it is possible to obtain another 4 g of crude picolyl-urea.

The crude product was dissolved in five times the amount of boiling alcohol and after filtrating was left to crystallize. Long white needles are formed representing aggregates in the shape of a feather. The crystals have a mother-of-pearl shine, which is also a characteristic feature of the crystals of dipyridyl-thio-urea. The melting point of the pure product is 158°. The chloride has the shape of small white needles with a melting point of 206°.

Analysis

Amount analysed: 0.1510 g; CO_2, 0.3347 g; H_2O, 0.0710 g
$C_{13}H_{14}N_4S$: calculated: C, 60.46%; H, 5.42%
found: C, 60.51%; H, 5.30%

Laboratory for the Investigation
and Synthesis of Vegetable and Animal Substances.
Academy of Sciences of the USSR. Moscow.

Received
13. XI. 1935.

REFERENCES

[1] K. S. Toptschiew, Arch. d. Pharm. u. Berichte d. Deutsch. Pharm. Ges. 775 (1934).—К. С. Топчиев, Журнал общей химии, стр. 400 (1934).
[2] О. А. Зейде, Сборник работ по пиридиновым основаниям под ред. А. Е. Чичибабина, Москва (1918).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1936. Volume I (X), № 2 (79)

CHEMIE

DEHYDRATIERUNG VON METHYL-DI-TERTIÄR BUTYL-CARBINOL. SPALTUNG UND ISOMERISATION VON DI-TERTIÄR-BUTYL-ÄTHYLEN

Von N. NAZAROV

(Vorgelegt von A. Favorskij, Mitglied der Akademie, d. 16. XI. 1935)

Bei der Dehydratierung von Di-tertiär-alkyl-Carbinolen mittels 1-Chlor oder 1-Brom-naphthalinsulfosäure (4) wird das Carbinolmolekül an der Bindungsstelle der tertiären Radikale gespalten (1). Man kann aber diese Splitterung des Moleküls vermeiden, und einen «normalen» Äthylenkohlenwasserstoff herstellen, wenn die Dehydratierung bei schonenderen Bedingungen durchgeführt wird. Bei Einwirkung von 1-Halogen-naphthalinsulfosäure (4) werden diese Kohlenwasserstoffe ebenso wie die ursprünglichen Carbinole zu niederen Äthylenen gespalten.

Leider wurde in keinem Falle die Struktur dieser «normalen» Äthylene festegestellt, so dass man über den Einfluss dieser Struktur auf den Spaltungsprozess keine Anhaltspunkte hat. Es wurde nur angenommen, dass der Hauptbestandteil der «normalen» Äthylene, die durch Dehydratierung von Di-tertiär-alkyl-carbinolen entstanden sind, die Struktur $R_3C—C(R)=CR_2$ besitzt. Das bekannte Tatsachenmaterial deutet aber ganz bestimmt darauf, dass die Isomerisation niemals in einer Richtung einhergeht, und immer komplizierte Gemische verschiedener Isomere entstehen. Wir beschlossen daher die Spaltung von Äthylenkohlenwasserstoffen mit tertiären Radikalen bestimmter Struktur zu untersuchen.

Für unsere ersten Versuche wählten wir unsymmetrisches Di-tertiär-butyl-äthylen. Wie es die vor kurzem erschienene Arbeit von Whitemore und Laughlin (2) gezeigt hat, bildet sich dieser Kohlenwasserstoff mit einer Ausbeute von 90% bei der Dehydratierung von Methyl-di-tertiär-butyl carbinol mittels β-Naphthalinsulfosäure; bei dieser Reaktion wurde von den Autoren keine Spaltung beobachtet. Wir dehydratierten dieses Carbinol durch Destillation mit Jod und konnten ebenso feststellen, dass die Dehydratierung normal verläuft und die entstandenen Äthylene dieselben physikalischen Konstanten aufweisen, die von Whitmore und Laughlin angegeben sind.

Als diese Äthylene mit 1-Brom-naphthalinsulfosäure (4) erhitzt wurden, spalteten sie sich glatt bei 85° unter Isobutylenbildung; ausserdem entstanden auch niedere Äthylene die bei 40—72° überdestillierten. Die Analyse dieser Äthylene ergab einen Gehalt von etwa 70% Tetramethyl-äthylen und 30% unsymm. Methylisopropyl und tertiäres Butyläthylen. Folglich verläuft

die Zerseizung und die Isomerisierung von Di-tertiär-butyl-äthylen auf folgende Weise:

$$(CH_3)_3C-\overset{\overset{CH_2}{\|}}{\overset{\cdot}{\underset{\cdot}{C}}}-C(CH_3)_3 \rightarrow (CH_3)_2C=CH_2 + \begin{cases}(CH_3)_2C=C(CH_3)_2 & \text{etwa } 70\% \\ (CH_3)_3C-C=CH_2 & \text{» } 3\% \\ (CH_3)_2CHC(CH_3)=CH_2 & \text{» } 27\%\end{cases}$$

Um diese Resultate zu erklären, muss man annehmen, dass sich das Radikal tertiäres Butyl-äthylenyl im Augenblick seiner Bildung zu folgendem Gleichgewicht isomerisiert:

$$CH_2=\dot{C}-C(CH_3)_3 \rightleftarrows CH_2=\underset{\underset{CH_3}{|}}{C}-\dot{C}(CH_3)_2 \rightleftarrows \dot{C}H_2-\underset{\underset{CH_3}{|}}{C}=C(CH_3)_2$$

Die auf Kosten des tertiären Butyls verlaufende Hydrierung der durch Strichelpunkte bezeichneten Kohlenstoffe führt beim ersten Radikal zur Bildung von tertiärem Butyläthylen, beim zweiten zu unsymm. Methyl-isopropyl-äthylen und beim dritten zu Tetramethyläthylen.

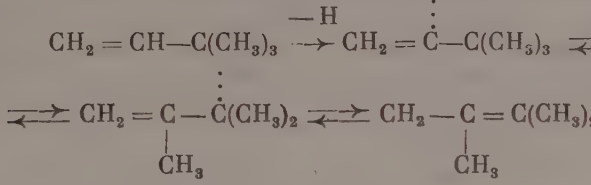
Es ist sehr interessant diese Resultate der Dehydratierung und Isomerisierung von Di-tertiär-butyläthylen mit der Dehydratierung von Pinakolinalkohol zu vergleichen. In der Arbeit von Whitemore und Neunier (3) ist es gezeigt, dass Pinakolinalkohol bei seiner Dehydratierung dieselben Äthylene und ungefähr im gleichen Verhältnis liefert, wie die Zersetzung von Di-tertiär-butyläthylen. Später stellten Whitmore, Nash und Langhlin(4) fest, dass jedes dieser Äthylene, wenn es individuell rein dargestellt und auf gleiche Weise wie der Pinakolinalkohol (P_2O_5 auf Silicagel bei 300°) behandelt wurde, ein gemisch der drei Kohlenwasserstoffe in gleichem Mengenverhältnis wie bei der Dehydratierung von Pinakolinalkohol lieferte.

Augenscheinlich, ist der Mechanismus dieser Isomerisierungen identisch mit dem Verlauf der Spaltung und Isomerisierung von Di-tertiär-butyläthylen. Wir halten es deshalb für möglich den Dehydratationsmechanismus von Pinakolinalkohol durch ein Schema wiederzugeben, das dem oben angeführten Schema für die Zersetzung und Isomerisierung von Di-tertiär-butyläthylen analog ist.

$$\underset{\underset{C(CH_3)_3}{|}}{\overset{\overset{CH_3}{|}}{CHOH}} \xrightarrow{-H_2O} \underset{\underset{C(CH_3)_3}{|}}{\overset{\overset{CH_3}{|}}{C<}} \xrightarrow{-H} \underset{\underset{C(CH_3)_3}{|}}{\overset{\overset{CH_2}{\|}}{C\cdots}} \rightleftarrows \underset{\underset{C(CH_3)_2}{|}}{\overset{\overset{CH_2}{\|}}{C-CH_3}} \rightleftarrows \underset{\underset{C(CH_3)_2}{\|}}{\overset{\overset{\cdot\cdot CH_2}{|}}{C-CH_3}}$$

Wenn die Fragmente $CH_3-\overset{\overset{CH_2}{\|}}{\dot{C}}-C(CH_3)_3$ und $CH_2=\overset{\overset{\cdot}{|}}{\dot{C}}-C(CH_3)_3$ sich leicht spontan isomerisieren, so kann sich die Isomerisation von Olefinen nur nach stärkeren Eingriffen (hohe Temperatur und Katalysator) vollziehen. Diese Eingriffe sind dazu notwendig, um den Wasserstoff aus dem stabilen Molekül

des Olefins zu entfernen und ein Fragment zu bilden, das zu Isomerisationen fähig ist, z. B.



Beschreibung der Versuche

Hexamethyl-aceton wurde durch Methylieren von Pinakolin mit Hilfe von Methyljodid und Natriumamid dargestellt. Es kochte bei 150—152°.

Methyl-di-tertiär-butylcarbinol erhielten wir aus Hexamethyl-aceton und Magnium-jod-methyl mit einer Ausbeute von 55%. Farblose Krystalle, Sdp. 188—193°.

45 g des Carbinols lieferten bei langsamer Destillation mit Spuren von Jod (ca. 0.2 g) 38 g des rohen Olefins, welches nach Trocknen und Destillation über Natrium in zwei Fraktionen geteilt wurde:

1. 6 g Sdp. 80—147°; $n_D^{20} = 1.4250$
2. 28 g Sdp. 147—155°; $n_D^{20} = 1.4374$; $D_4^{19} = 0.7824$

Die letzte Fraktion besteht hauptsächlich aus unsymm. Di-tertiär-butyl-äthylen (Nach den Angaben von Whitmore und Langhlin weist es folgende Konstanten auf: Sdp. 149.5°; n_D^{20}=1.4364; D_4^{20}=0.770).

Spaltung und Isomerisation von unsymm. Di-tertiär-butyläthylen. 28 g des Kohlenwasserstoffs (Sdp. 147—155°) wurden in einem Würtzkolben auf einer Legierung nach Wood mit 1 g 1-Brom-naphthalinsulfosäure destilliert. Die Versuchsbedingungen sind von uns schon früher beschrieben worden [5]. Als die Temperatur der Legierung auf 85° gestiegen war, began die Masse zu kochen; es entwichen Gasbläschen und die Kohlenwasserstoffe gingen in einem Intervall zwischen 40° und 70° über. Gegen Ende der Reaktion wurde die Temperatur der Legierung auf 180° erhöht. Es wurden drei Liter Gas 15 g Kohlenwasserstoffe und 1.5 g Reststoffe erhalten. Beim Durchleiten der Gase durch konzentrierte Bromwasserstoffsäure, die mit Schnee und Salz gekühlt wurde, liessen sich 5g Bromid mit Sdp. 70—74° und n_D^{20}=1.4223 isolieren (Sdp. von tertiärem Butylbromid—70°). Bei der fraktionierten Destillation der Kohlenwasserstoffe wurden folgende Fraktionen erhalten.

1. 40—50° — 0.7 g $n_D^{20} = 1.3850$ — Tert. Butyläthylen, Sdp. 41°, $n_D = 1.3766$; $D_4^{18} = 0.6519$
2. 52—56° — 2 g $n_D^{20} = 1.3912$; $D_4^{20} = 0.6874$. — Unsymm. Methyl-Isopropyl-äthylen. Sdp. 54.7°; $n_D^{20} = 1.3904$
3. 60—68° — 2 g $n_D^{20} = 1.4010$; $D_4^{20} = 0.6874$. — Unsymm. Methyl-Isopropyl-äthylen. Sdp. 54.7°; $n_D^{20} = 1.3904$
4. 69—73° — 7 g $n_D^{20} = 1.4086$; $D_4^{2} = 0.70608$ Tetramethyl-äthylen, Sdp. 71°; $n_D = 1.4055$; $D_4^{20} = 0.6984$

Identifizierung von Tetramethyläthylen. 4 g des Kohlenwasserstoffs (Sdp 69—73°) wurden in 20 ccm Chloroform gelöst und

unter Kühlung mit einem Eis-Salzgemisch 8 g Brom in 30 ccm Chloroform tropfenweise zugegeben. Nach Abtreiben des Chloroforms im Vakuum bildeten sich farblose Krystalle des Bromids, die nachdem sie mit absol. Äther gewaschen und über konz. Schwefelsäure getrocknet waren, einen Schmp. bei 168—173° aufwiesen. (Nach Literaturangaben liegt der Schmp. bei 169—170°, Kaschirsky, J. 13, 84.). Ausbeute 8.5 g. Das Bromid wurde durch Kochen mit Wasser (5 ccm) an einem Rückflusskühler während 5 St. verseift, wobei 1.5 g Pinakolin mit Sdp. 104- 107° erhalten wurden. Schmp. des Semicarbagons 155—158°.

Aus dem gleichen Präparat von Tetramethyläthylen wurde das Nitrosochlorid dargestellt. Blaue Krystalle, mit Kamphergeruch, Schmp. nach Rekrystallisation aus wässerigem Alkohol und Äther—115—118° (Literaturangaben—121°, Thiele, B. 27, 456).

Tertiäres Butyl-äthylen und unsymm. Methyl-isopropyl-äthylen konnten wir wegen der zu geringen Quantitäten nur nach ihren Konstanten identifizieren.

Institut f. organische Chemie
der Akademie der Wissenschaften der UdSSR.
Moskau.

Eingegangen
d. 16. X. 1935.

ZITIERTE LITERATUR

[1] Whitmore a. Stahly, J. Am. Ch. Soc. **55**, 4153 (1933). И. Н. Назаров, C.R. Acad. Sci. URSS, **2**, 82 (1934) и **3**, 609 (1934). [2] J. Am. Ch. Soc. **55**, 3732 (1933). [3] ibid, **55**, 3721 (1933). [4] ibid, **56**, 1395 (1934). [5] C. R. Acad. Sci. URSS 610—611 (1934).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1936. Volume I (X), № (79)

GENETICS

A DEMONSTRATION OF THE SPECIFIC NATURE OF POSITION EFFECT

By I. B. PANŠIN (PANSHIN)

(Communicated by N. I. Vavilov, Member of the Academy, 22. XI 1935)

Introduction

If the phaenotypical effect of chromosomal rearrangements is a result of the change in the position of genes with respect to one another, as has been proved in two cases (Muller and Prokofjeva (4); Panshin, in press) it is to be expected *à priori* that this phaenotypical effect must depend not only on the proximity of the breakage point to the gene manifesting the change, but also on specific peculiarities of the genes that were removed from the vicinity of the altered locus, and on those of the genes which have taken their places. In other words, the intergenic relations the alteration of which is the cause of the position effect must depend on the specific peculiarities of the genes concerned. Obviously the change of the normal phaenotype can take place only in cases in which the newly arisen intergenic relations differ from those of the normal chromosome. The more specific the relations between the genes of the normal chromosome are, the less probability is there of reproducing just these relations in some new combination of positions, *i. e.*, the more probability is there that the action or structure of the genes will be altered by the separation of certain loci.

In the present paper we give data in favour of the existence of specific intergenic relations.

Material and method.

Translocations of the fourth chromosome of *Drosophila melanogaster*, obtained by means of the method of the «cubitus interruptus position effect» of Dubinin and Sidoroff (1), have served as material for the present investigation.

Normal *Drosophila* males were heavily treated with X-rays (a treatment sufficient to produce about 12 per cent of lethals in the X-chromosome) and were then mated to $\widehat{yy}\ ci^{R}\ ey$ females.

When translocations of the fourth chromosome arise which cause a weakening of dominance of the normal allele of *ci*, it becomes possible for the recessive *ci* allele of the F_1 flies of this cross to manifest itself. All the F_1

ci flies were picked out and tested by the usual methods in order to determine whether translocations were present. Females of the composition *yy*, *bw*, *e*, *ey* were used for testing the F_1 *ci* males; and males of the composition *bw*, *e*, *ey* were used for the *ci* females. Table 1 gives the data concerning the comparative frequency of translocations obtained from the F_1 *ci* females and Table 2 the analogous data from the F_1 *ci* males.

Table 1

Types of Translocations

	Y—4	2—4	3—4	1—3—4	2—3—4	1—2—3—4
Number of translocations	21	24	39	1	4	1

Table 2

Types of Translocations

	X—4	2—4	3—4	X—2—4	2—3—4
Number of translocations	10	18	22	1	4

The 145 translocations given in tables 1 and 2 were obtained among approximately 200 000 F_1 flies. However, the real number of *ci* flies in the F_1 exceeds this figure, as it was not possible to obtain offspring from all the F_1 *ci* flies found; moreover, tests of nine F_1 *ci* flies gave no evidence of the presence of any translocation at all (in these cases there occurred either some intra-chromosomal aberration of the fourth chromosome or some translocation so small that both hyperploids and hypoploids were viable, or some recessive mutation). Out of 21 translocations of the type Y—4 only two proved to be fertile in males, while in the other 19 cases the males were sterile, although they had a normal viability. This, however, did not hinder the accurate detection of these translocations. In 30 stocks of translocations of the 2—4 type, and in 28 stocks of the 3—4 type, the breakage point in the long autosomes was determined by linkage tests. A comparison of the data obtained by us concerning the arrangement of the breakage points in the long autosomes with the corresponding data of Patterson, Stone, Bedichek and Suche (7) is given in tables 3 and 4. The first line of the table gives the data of Patterson, Stone, Bedichek and Suche (7), the second line the data obtained in our experiments.

Table 3

Breakage loci in chromosome II

left of *dp*	*dp-b*	*b-pr*	*pr-c*	*c-px*	right of *px*
2	1	11	13	1	3
1	13	6	4	5	1

Table 4

Breakage loci in chromosome III

left of *h*	*h-th*	*th-st*	*st-p*	*p-eu*	*eu-sr*	*er-e*	right of *e*
5	2	2	12	1	2	1	
3	2	0	1	1	8	5	

Conclusions

As seen from the data given in tables 1 and 2 the general frequency of translocations of the 3—4 type is nearly one and a half times that of translocations of 2—4 type, while when translocations of the fourth chromosome are obtained by the usual method (*i. e.*, irrespectively of whether they give the position effect *ci*) the frequency of translocations of types 2—4 and 3—4 is approximately the same [50 type 2—4 and 55 type 3—4 according to the data of Patterson, Stone, Bedichek and Suche (7)].

Similarly the distribution of breakages in the second and third chromosomes differs considerably in our data from that of Patterson, Stone, Bedichek and Suche (7). According to the latter the majority of breakages is concentrated in the long autosomes near the spindle fibre, while in our material breakages in these regions seldom occur; on the contrary a great many breakages fall in the region between *dp* and *b* in the second chromosome and between *cu* and *sr* in the third chromosome, which is not the case in the translocations of Patterson, Stone, Bedichek and Suche (7) (see tables 3 and 4). The comparative frequency of Y—4 translocations among those giving the *ci* position effect (see table 1) may be even greater than their frequency among translocations obtained by the usual method, as may be inferred from the data obtained by Muller and Altenburg (2). Obviously the differences in the comparative frequency of breakages in different cromosomes and the differences in the distribution of breakages inside the chromosome, observed in the data obtained by the two methods, is to be explained by the difference in these methods; that is, by the fact that the first method, unlike the second, allows the detection only of those specific alterations of gene order which result in the «position effect». The high frequency of translocations in the fourth and the inert *Y*-chromosome, giving the position effect, might lead us to infer that in the production of the position effect in the present case, the breach of the old intergenic relations (present in the normal chromosome) is of greater importance than the creation of new specific intergenic relations. This conclusion is, however, vitiated when we consider the rarity of translocations involving the central (often assumed to be «inert») regions of chromosomes II and III, in our data. This then agrees with the newer evidence obtained by Muller and Gershenson (3) and by Muller and Prokofjeva (5), that so-called inert regions do after all contain active genes, and we may suppose in the present case that the genes near the central breakage points of chromosomes II and III are in their relation to the *ci* position effect more like the genes of the IV chromosome which they replace, while those of the *Y*-chromosome, like many of those in the other regions of the long autosomes, have a different interaction with the locus of *ci*. As has been pointed out by Offermann, independently of us, however, the high frequency with whics this locus is offected by many types of rearran-

gements in itself indicates that the genes normally lying near the locus of *ci* in the IV chromosome do enter into a specific relation with it, such that their removal causes the observed weakening of dominance of the normal allelomorph *ci*, unless other genes are put in their place which have actions similar to them in this respect.

In conclusion I wish to express my deep indebtedness to Prof. Muller under whose guidance the present work has been done.

Peterhof Institute of Biology,
Laboratory of Genetics and Experimental Zoology.

Received
22. XI. 1935

REFERENCES

[1] N. P. Dubinin a. B. H. Sidoroff, Biol. Journ, 3, № 2 (1934). [2] H. J. Muller a. E. Altenburg, Genetics, 15 (1930). [3] H. J. Muller a. S. Gershenson, Proc. Nat. Acad. Sci. 21: 69—75. [4] H. J. Muller a. A. A. Prokofjeva, Proc. Nat. Acad. Sci. 21: 16—26 (1935). [5] H. J. Muller a. A. A. Prokofjeva, C. R. Acad. Sci. URSS, 1: 658—660 (1935). [6] C. A. Offermann, Bull. Acad. Sci. URSS 1,129 (1935). [7] J. T. Patterson, W. Stone, S. Bédichek, a. M. Suche, Amer. Nat., 68, № 717 (1934).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1936. Volume I (X), № 2 (79)

GENETICS

UNEQUAL CROSSING-OVER IN THE BAR MUTANT AS A RESULT OF DUPLICATION OF A MINUTE CHROMOSOME SECTION

By H. J. MULLER, Corresponding-member of the Academy.

A. A. PROKOFJEVA-BELGOVSKAJA, and K. V. KOSSIKOV

In accordance with a hypothesis long held by the senior author (1) that the mutation «Bar» in *Drosophila melanogaster* involves the duplication *in situ* of a gene or small section of the *X*-chromosome, salivary gland studies were made by Prokofjeva and revealed the presence of a minute section in the Bar-containing chromosome in addition to the material present in the normal*. The extra piece contains at least two very faint visible bands and is somewhat bulged in the transverse direction. In its morphological appearance it seems identical with a section directly adjacent to it, as we had expected on theoretical grounds, and it has no doubt been derived by the duplication of that section. That is, the Bar chromosome has two such sections directly following upon one another (and therefore four bands), and the normal chromosome only one such section (and therefore two bands). They follow in the same order, not mirror-image-wise. This condition obviously arose in the first place by means of breakage and mutual translocation between homologous or sister chromosomes at nearly but not quite the same point. As the complementary recombinational chromosome would have been deficient this also illustrates one method by which small interstitial deficiencies arise.

The Bar phaenotype, then, represents the «position effect» of the extra section of chromatin, interacting with another locus or loci nearly in the chromosome. Unequal crossing-over occurs when the left-hand member of the twin sections in one chromosome happens to conjugate and cross over with the right-hand member in the homologous chromosome, thus giving rise to chromosomes with three and one section—«double-Bar» and normal, respectively. Infra-Bar must have arisen by a mutation in one of the duplicated sections and it can be concluded from Sturtevant's data (2) that in un-

* Since the extra section and its peculiar features were first observed by Prokofjeva, her findings have been fully confirmed by observations carried out by the other authors, and by other members of the laboratory, and we have also been notified that E. N. Volotov, working at the Institute of Experimental Biology under the direction of Dubinin, has independently noted the presence of an extra section of chromosome in the case of double-Bar, although he believed it to be hardly demonstrable in the case of Bar itself.

equal crossing-over the points of breakage must always lie to the right of one infra-Bar locus and to the left of the other one. This probably means that the locus in question lies at or near the point of junction of the two sections. The tendency to asymmetrical synapsis caused by the longitudinal homology of the twin sections expresses itself even among the constituent chromatids of the salivary gland chromosome by a longitudinal displacement of the chromatids in this region, amongst one another, giving an irregularly zigzag banding effect here. Our present findings also explain the hitherto contradictory-seeming facts that Bar mutation must have involved some sort of change in a locus normally present in this position in the *X*-chromosome [since Bar has arisen several times in the same region ([1])], but that nevertheless, when «the Bar locus» is lost by unequal crossing-over, the resulting individual is viable and normal. For what is lost is not «the Bar locus», but only one of two twin segments. It is also fallacious to consider the «reverse mutation» of Bar to normal as constituting deficiency of an individual gene, as Demerec ([3]) has done, and his inferences concerning the viability or inviability of single-gene deficiencies in general thus lose validity, since the Bar analogy is used in inferring that only single genes were lost in the other cases.

The senior author has found two other cases of origination of Bar («moderate-Bar 1» and «moderate-Bar 2») from normal. Both of these were produced in spermatozoa by X-rays and consisted of inversions of a section of chromosome extending from just to the left of the primary Bar locus to the inert region. Salivary gland examinations by Kossikov have confirmed this. In this case, as in Dobzhansky's «baroid» and Stone's «super-Bar», the change is obviously a position effect caused either by the primary Bar locus being separated from some neighbour gene(s) whose coaction normally prevents the Bar effect from being produced, or by the Bar locus coming into the neighbourhood of other genes, which now coact with it to cause the Bar reaction. Presumably the Bar locus also has another, normal function (in the normal fly at least).

Institute of Genetics
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
15. XII. 1935.

REFERENCES

[1] H. J. Muller, Proc. 6th Int. Con. Gen. **1**, 213—255 (see p. 247), (1932). [2] A. H. Sturtevant, Genetics, **10**, 117—147 (1925). [3] M. Demerec, Proc. Nat. Acad. Sci. **20**, 354—359 (1934); Americ. Nat. **69**, 125—138 (1935). [4] Th. Dobzhansky, Genetics, **17**, 369—392 (1932).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1936. Volume I (X), № 2 (79)

PLANT PHYSIOLOGY

ON THE MECHANISM OF PHOTOPERIODIC REACTION

By M. H. CAJLACHJAN

(Communicated by A. A. Richter, Member of the Academy, 15. XI. 1935)

Almost every new method of hastening flowering in different plants—whether it consisted in awakening dormant fruit buds or in the transition of plants from vegetative growth to reproductive development—was associated with the determination of the surface area responding to the factor in question.

The classical experiments of W. Johannsen (1) with etherization and of Hans Molisch (2) with warm baths have definitely proved the strictly local action of ether vapour and warm baths in eliminating the dormant stage in fruit buds. In hazel (*Corylus avellana*) and lilac (*Siringa vulgaris*), as well as in many other plants, only those branches blossomed which had been immersed in warm water, while the buds of the neighbouring branches of the same individual plant, which had not received a warm bath, either did not develop at all or developed much later.

F. V. Coville (3) obtained the same effect. He showed that spring flowering of many bushes depends on their exposure to cold in autumn and winter. So the branch of a bilberry bush, exposed to the cold in the beginning of February by being passed through the glass of the greenhouse (15—21 C°), quickly developed and flowered in spring, while the other branch, which had been kept the whole winter in warmth, remained for a long time dormant.

The local action of a factor, in particular of photoperiodism, has been very clearly demonstrated by W. W. Garner and H. A. Allard's (4) experiments with *Cosmos sulphureus*, a typical short-day plant. In these experiments, only those parts flowered which had been subjected to shortened illumination periods.

For three years we have been experimenting in the localization of photoperiodic action at the Institute of Plant Physiology, Academy of Sciences. The chrysanthemum (*Chrysanthemum indicum*), a plant resembling *Cosmos*, and barley (*Hordeum vulgare*) and millet (*Panicum miliaceum*), as representatives of another type, were used as experimental plants. These experiments fully confirmed the strict localisation of photoperiodic reactions. The branches of an individual chrysanthemum plant which had been exposed to the action of a short 10-hour day markedly differed by their larges flowers and small dark-green leaves from the neighbouring large-leaved branches of the same plant, which had developed under normal summer day-length and consequently had not a single flower bud. By covering the

small side shoots of a millet plant for 14 hours out of the 24 with blackcaps, we succeeded in developing panicles at the base of the plant, while the primary stem continued its vegetative growth and developed its panicle later.

On the basis of all these experimental data we are justified in affirming that the action of the factor inducing or hastening flowering in plants is strictly localized to individual parts of the plant.

Further studies of the mechanism of the action of factors inducing flowering in plants, in particular the mechanism of the photoperiodic reaction, led us up to the problem of determining what plant organs or tissues are directly sitmulated by the alternation of day and night.

In Garner and Allard's and our experiments the reaction was localized in a branch or shoot having on the main stem both leaves and zones of growth (apical or axillary growing-points). It was therefore necessary to differentiate the photoperiodic action on leaves from that on growing-points and to determine the surface area responding to photoperiodic stimulation. This problem could be solved by applying different light treatments to leaves and to the developing apical zones of growth (growing-points).

Preliminary experiments of 1932, carried out with Saratov millet and «Zolotoi dozhd» oats, showed that the phenomenon of photoperiodic after-effect discovered by Egiz (5) could be utilized with great success in elucidating the role of the leaves. The completest experiments in this direction were conducted during the summer of 1935 in the greenhouse of the Institute of Plant Physiology, Academy of Sciences, Moscow. We used the Saratov millet (a short-day plant) and the «Krimsky 016» spring barley (a long-day plant). The plants were sown on May 17 in nine-inch earthenware pots, five to a pot. The barley seedlings appeared on May 21, those of millet on May 29. After the complete unfolding of the first leaf, one half of the plants of each culture were under a short ten-hour day, the other half being under a normal length of day. The experimental schedules for millet and barley were identical.

The plants underwent such light treatments for 20 days, from May 25 to June 15. Under such conditions, ten millet plants (in 2 pots) developed normally during the whole 20 days, and by the 20th day had already 4 unfolded leaves, ten others had their 4th leaf removed. The next ten had both the 3rd and the 4th leaf removed. The next ten had the 2nd, 3rd and 4th leaves removed. The last 10 plants had all their leaves removed from the very beginning of the experiment, so that there remained a barely noticeable strip of leaf tissue on a small section of the stem. We thus had two series of plants with no leaves, plants with one, two and three leaves, and plants with all their four leaves intact. One of these series was exposed to a short day for 20 days, and the other to a normal day. In the case of barley we had an additional group of intact plants with 5 leaves, as the formation of leaves proceeds in barley quicker than in millet. The leaves were cut every morning.

At the end of the 20th day the millet plants were transferred from short day to normal day alongside of plants which had been under normal-day conditions all the time; and, conversely, the barley plants were transferred from normal day to short day alongside of those which had been under short-day conditions ever since the beginning of the test (6). After this operation the cutting of the leaves was discontinued.

It was natural to expect that plants kept under similar light conditions but with a different number of leaves removed, would differ in their rate

of development—in the dates of their shooting stage, earing stage, and so forth. The main object of the experiment was to compare the rates of development of plants with similar numbers of leaves but kept under different light conditions, *i. e.* of those which had been exposed to photoperiodic action and those which had not. Such a comparison would allow one to judge of the role of the leaf surface in responding to photoperiodic stimulation.

The data on the development of the experimental plants are given in the table.

Number of leaves left on the plant	Period of continuous cutting of the leaves		Millet Number of days from sprouting to formation of panicles			Barley Number of days from sprouting to the shooting stage		
	Millet	Barley	Continuously under normal day	During 20 days under 10-hour day and the remaining time under normal day	Acceleration under the influence of short day	Continuously under 10-hour day	During 20 days under normal day and the remaining time under 10-hour day	Acceleration under the influence of normal day
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	25.V —15.VI	25.V —15.VI	76	80	— 4	75	73	+ 2
1	27.V —15.VI	26.V —15.VI	73	71	+ 2	—	—	—
2	7.VI—15.VI	31.V —15.VI	67	50	+ 17	69	37	+ 32
3	11.VI—15.VI	7.VI—15.VI	63	41	+ 22	71	31	+ 40
4	—	11.VI—15.VI	68	43	+ 25	69	27	+ 42
5	—	—	—	—	—	69	25	+ 44

This table shows that the response of the plant to changes in length of day diminishes with decrease in leaf surface, there being no photoperiodic reaction whatever when no leaf surface is left, notwithstanding the fact that the growing-points remain intact and are exposed to different light conditions.

The determining role of the leaf surface in the response to photoperiodic stimulation has been also demonstrated in a series of experiments with chrysanthemums in which the leaves and the growing-points of apical or lateral shoots of one and the same plant were exposed to different lengths of day. We shall describe two such experiments, which were carried out with two varieties of large-flowered chrysanthemums supplied by the flower gardens of the Gorki Central Park of Culture and Rest.

In the first experiment, the chrysanthemums were decapitated (July 31), only three upper shoots being left below the tip. On these shoots having reached a length of 8—10 centimetres, their leaves were wholly removed, 8 leaves being left on the primary stem below the three shoots (August 14). On August 14 one plant was exposed to a 10-hour day (I), another was left under a normal day (II); the leafless upper shoots of the third were exposed to a 10-hour day (being covered with black caps), while the lower part of the primary stem with its leaves was allowed a normal day (III), the shoots of the fourth were exposed to a normal day, and its leaves to a 10-hour day

(IV). The plants were kept for a month under such light conditions, during which time all new leaves appearing on the 3 young upper shoots were duly removed. At the end of the month all the plants were transferred to normal day-length (in view of the natural shortening of the day-length the plants since October 9 were allowed electrical illumination till 10 p. m.). As a result, the buds in I and IV, where the same leaf surface with or

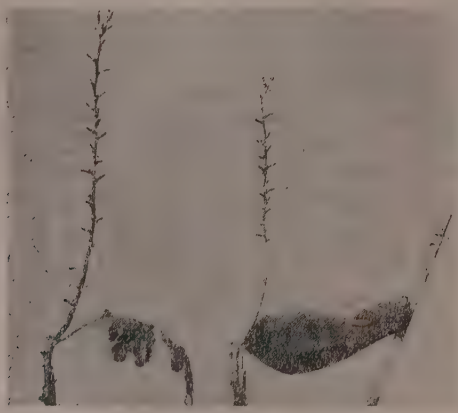


Fig. 1.

without the shoots was subjected to a short day, began to appear simultaneously on September 23, ten days after the cessation of the experiment; in II and III budding began on October 10 and 14 respectively, independent of whether the shoots were covered or not.

The second experiment consisted in leaving on the plant one only leaf and one upper schoot deprived of all its leaves and growing from the axil of the one leaf left. All the other leaves and shoots were removed. All new ones were cut off every 2—3 days. Beginning with August 14, the leaf surface of one such plant was exposed to normal day-length (I), while that of another plant was exposed to a 10-hour day (II), the latter being achieved by means of a black cloth cap. The shoots and other parts of the plant remained exposed to normal day-length throughout the whole experiment. After September 29 the plants were allowed additional electric illumination till 10 p. m.

The results are illustrated by the photoes taken on October 22.

In Fig. 1 on the left is the plant whose leaf was under normal-day conditions. The shoot has lengthened considerably during the experiment (from 5 cm at the beginning of the experiment to 40 cm at the time when the photo was taken), the internodes are distended, and the zone of growth is vegetating. On the right is the plant whose leaf was under 10-hour conditions; the growth of the shoot has been retarded (from 13 cm to 34 cm), the internodes are considerably contracted, and the formation of buds commenced on September 27. In Fig. 2 are represented the types of the same shoots (enlarged photograph).

Thus we see that the leaf of the plant determines the fate of the shoot and its transition from vegetative growth to reproductive development.

Consequently, the processes induced by changes in the length of day light and leading to the reproductive development of plants (flowering and fruiting), occur within the leaf tissues. The formative processes occurring in the zones of

Fig. 2.

growth (growing-points) are secondary changes dependent upon the functional activity of the leaf.

In other words, in the same way as nutrition of autotrophic organisms is impossible without the synthetic processes occurring in green leaves under the action of solar radiation, the development during the final stages (flowering and fruiting) is impossible without the photochemical processes taking place in the green leaf under the influence of different daily illumination periods.

Academy of Sciences of the USSR,
Institute of Plant Physiology, Leningrad.

Received
15. XI. 1935.

REFERENCES

[2] W. Johannsen, Das Äther-Verfahren beim Fruchttreiben mit besonderer Berücksichtigung der Fliedertreiberei, Jena, S. 1—28 (1900). [3] Hans Molisch, Das Warmbad als Mittel zum Treiben der Pflanzen, Jena, S. 1—38 (1909). [3] F. V. Coville, Journal of Agricultural Research, XX, **2**, 151—160 (1920). [4] W. W. Garner a. H. A. Allard, Journal of Agricultural Research, XXXI, **6**, 555—566 (1925). [5] С. А. Эгиз, Труды Детскосельской акклиматизационной станции, IX, 5—32 (1928). [6] M. H. Čajlachjan and V. A. Alexandrovskaja, C. R. Acad. Sci. URSS, II, 2, 161—166 (1935).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1936. I (X), № 2 (79)

PLANT PHYSIOLOGY

STIMULATION OF THE DEVELOPMENT OF PLANTS AND OF THE RIPENING OF FRUITS ON THEM BY MEANS OF ETHYL ALCOHOL AND TEMPORARY ANAEROBIOSIS OF THE ROOT SYSTEM

By F. W. ŠATILOV

(Communicated by A.A. Richter, Member of the Academy, 5. XII. 1935)

The problem of the artificial ripening of fruits and vegetables has been studied by many investigators. In the USA an industrial method of ripening all kinds of fruit was introduced long ago thanks to the work of Denny (1924), Rose (1925), Harvey (1926), who used gaseous ethylene in their experiments. This considerably extented the activities of food industry.

The success of the American investigators has called forth great interest in the USSR. During a comparatively short period from 1929 to 1935 a series of interesting papers has appeared, viz: W. M. Kozlov (2), P. P. Kyuz (3), F. W. Tserevitinov (1931), N. N. Ivanov, S. M. Prokoshev and M. K. Gabunia (1931). All this was purely laboratory work.

Only as late as 1935, after the investigations of S. V. Soldatenkov (Institute of Plant Physiology, Academy of Sciences of the USSR), artificial ripening of fruit was applied in practical fruit-growing. It should be noted that the author referred to used, instead of gaseous ethylene, its solution in alcohol, which is technically very convenient.

Until now all the investigations in this field consisted in studying the action of the stimulators of ripening on fruits removed from the plant, when the latter cannot mobilize the nutritive reserve from the vegetative parts of the plant, while the vigorous breathing processes require an increased expenditure (Tserevitinov, 1929). Consequently, the nutritive value of such fruits is considerably reduced, mainly at the cost of sugars.

The experiments described in this paper were carried out under conditions of large scale production at one of the vegetable-growing farms of the West Khazakstan district. In these investigations, the ripening was activated by means of ethyl alcohol acting on the plant itself. In this manner, both the development of the plant and the ripening of the fruits were stimulated. Ethyl alcohol was introduced into the plant through the root, by means of a syringe, while in some cases it was accumulated by the plant itself during the temporary anaerobiosis. 0.5 to 6% alcohol was used. It was injected in doses of 5 cm^3 per plant, once in 10 days. The whole period of investigation was 50 days. The ripening of the fruit was checked once in 10 days. The size of the ex-

perimental plots was 2 m², the experiment being repeated twice. The object of investigation was the tomato (*Solanum lycopersicum*), the «Mikado» variety.

Table 1

Dynamics of Ripening

Aqueous alcohol in %	Yield of ripe fruits in kg						
	1st—10th day	10th—20th day	20th—30th day	30th—40th day	40th—50th day	Total per 50 days	Total in tons per hectare
0.5	—	0.200	0.650	0.984	1.366	3.200	16.0
1.0	—	—	0.910	1.040	1.210	3.160	15.8
1.5	—	0.220	0.870	1.148	1.963	3.220	16.1
2.0	0.037	0.370	0.920	1.200	0.673	3.200	16.0
2.5	0.041	0.368	0.941	1.164	0.746	3.260	16.3
3.0	0.089	0.395	0.984	1.321	0.615	3.440	17.2
3.5	0.102	0.407	1.009	1.541	0.601	3.660	18.3
4.0	0.215	0.549	1.104	1.319	0.513	3.700	18.5
4.5	0.210	0.903	1.119	1.129	0.419	3.780	18.9
5.0	0.433	1.000	1.200	0.732	0.375	3.740	18.7
5.5	0.607	1.109	1.211	0.322	0.511	3.760	18.8
6.0	0.600	0.375	0.564	1.080	1.061	3.140	15.7
Control	—	0.158	0.247	1.104	1.771	3.280	16.4

The table shows that ethyl alcohol not only increases the quantity of ripe fruits, but also reduces the time of ripening. The advisable alcohol concentration proved to range from 4.5 to 5.5%.

According to the investigations of Academician Richter and Nabokikh, ethyl alcohol accumulates in the plant tissues under the conditions of anaerobiosis. Therefore, I applied the method of bringing about a temporary anaerobiosis of the plant, in order to make the fruits ripen under the influence of the alcohol formed by the plant itself.

At the same vegetable-growing farm I selected a plot of 4 hectare out of which I used two for experimental plants and two for control ones. The schedule of the experiments was as follows. When a quantity of fruits that would guarantee the planned yield had formed on the plants, and when some of the fruits had assumed a whitish colour, which is a symptom of approaching ripeness, the experimental plot was flooded, the water being maintained in the furrows for 2—3 days by means of repeated waterings. The flooding was repeated 6 times, *i. e.* every 8 days.

Table 2

Dynamics of Ripening

Conditions of development	Yield of ripe fruits in kg per hectare					
	1st—10th day	10th—20th day	20th—30th day	30th—40th day	40th—50th day	Total in tons
Anaerobiosis . . .	203	1 854	6 727	8 617	2 590	20.1
Control . .	0.89	974	3 228	5 609	7 700	17.6

Here also the effect is sufficiently obvious. The yield of ripe tomatoes exceeded that previously obtained by 2.5 tons. Besides, the bulk of the tomatoes ripened at an earlier period that usual.

On the third day after flooding the root system, the vegetative parts were analysed. The analysis showed the following content of ethyl alcohol.

The content of alcohol per 100 g of dry weight
In the plants from the experimental plot . . . . . 1.4135 g
» » » » » » » . . . . . 0.0031 g

The figures show the presence of a considerable amount of alcohol in the experimental plants and a nearly complete absence of the latter in the control plants. According to the data of the American investigators (Harvey, Rose and others), as well as of the investigators of our Union (Tserevitinov, Ivanov, Prokoshev and Gabunia), the tomatoes that ripened in an atmosphere of C_4H_2 have a reduced content of sugar. An analysis of the tomatoes that ripened in the course of my experiments showed their sugar content to be equal to that of the control plants and, in the experiment of temporary anaerobiosis, to be even somewhat higher (see Table 3).

Table 3

Conditions of ripening	Total content of sugar in %
Artificial introduction of alcohol 3%	2.98
Artificial introduction of alcohol 5%	2.98
Artificial introduction of alcohol 6%	2.87
Control	2.99
Temporary anaerobiosis of root system	3.10
Control	2.98

The method of setting up a temporary anaerobiosis of the root system, as suggested by the writer, has been used at the Rostosh vegetable-growing farm in growing tomatoes on a large scale during two years.

In his report for the year 1935 the manager of the farm says: «The method of hastening the ripening of tomatoes by means of intensified watering, as worked out by agronomist Šatilov, has shown positive results. The yield of ripe tomatoes of good quality obtained by this method exceeded that usually obtained by 2—3 tons per hectare» (Report of the Rostosh Experimental Farm, West Khazakstan District, 1935).

Saratov State University. Received 25. XI. 1935.

REFERENCES

[1] A. A. Richter, Bull. Acad. Sci. URSS, 391—408 (1932). [2] В. М. Козлов, Субтропики (1929). [3] П. И. Кюз, Плодоовощное дело (1930). [4] Ф. Б. Церевитинов, Химия свежих плодов и овощей (1933). [5] S. V. Soldatenkov, C. R. Acad. Sci. URSS, 1, **7—8,** 571—573 (1935). [6] С. Б. Солдатенков, Труды Петергоф. биол. инст., **15,** 103 (1935). [7] R. B. Harvey and L. O. Regeimbal, Proc. Amer. Soc. Plant Physiologists, abstracts of papers, Philadelphia (1926).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1936. Volume I (X), № 2 (79)

ZOOLOGY

ON THE GENERA *DAVIDOJORDANIA* POPOV AND *BILABRIA* N. (*PISCES, ZOARCIDAE*)

By P. J. SCHMIDT

(Communicated by S. A. Zernov, Member of the Academy, 22. XI. 1935)

On our shores of the Pacific Ocean is found a group of fish of the family *Zoarcidae*, representatives of which are by their exterior reminiscent of some from the genus *Lycenchelys* Gill and were earlier referred to this genus by me (1), likeweise by Pavlenko (2) and V. K. Soldatov (3,4). A. M. Popov (5) correctly pointed out that the species described as *Lycenchelys brachyrhynchus* Schmidt, *L. lacertinus* Pavlenko, *L. poccilimon* Jrodan et Fowler and *L. ornatus* Soldatov, could not be referred to the genus *Lycenchelys* because of a number of differences; at the same time he proposed to unite the last three in a new genus *Davidijordania* (a correction of the name is necessary to *Davidojordania*). *L. brachyrhynchus* Schmidt he attributed to *Hadropareia* Schmidt, with which form it has very little in common.

At the present time, in connexion with a survey of the fishes of the Okhotsk Sea, I have gone over all the material available, and on the basis of a comparison of all the forms of this group, I have come to the conclusion that its representatives cannot, indeed, be united with the genus *Lycenchelys* Gill, especially since a representative of the latter, despite A. M. Popov's supposition of its absence in the Pacific Ocean, has been found in the Okhotsk Sea (this is *Lycenchelys hippopotamus* n., which is to be described by me in future work.)

Together with this, I have ascertained that the form described as *Lycenchelys ornatus* Soldatov must be referred to a special genus which I call *Bilabria*. In this way, all the known forms of this group are divided between two genera and four species according to the following scheme:

1. Lateral line present. No teeth on palatines. Upper lip double... . . . . *Bilabria* gen. n. [*B. ornata* (Soldatov)]. No lateral lines. Teeth on palatines. Ordinary upper lip. . . . . *Davidojordania* Popov—2.

2. Length of snout shorter than diameter of eye, about $^2/_3$ of it. Gill opening descends to $^1/_3$ the base of the pectoral fin. Okhotsk Sea..... *D. brachyrhyncha* (Schmidt). Length of snout equal to or greater than diameter of eye. . . . . 3.

3. Length of head contained 5.6 times in length of body; postorbital length contained 1.6 times in length of head. Gill opening hardly reaches to $^1/_2$ base of pectoral fin. Sea of Japan. . . . . *D. jordaniana* Popov (in litt.).

4. Length of head contained in length of body 7.0 to 7.6 times; postorbital length contained 1.8 times in length of head. Gill opening reaches alsomt to the lower limit of pectoral fin. Sea of Japan. . . . . *D. lacertiana* (Pavlenko).

I. BILABRIA gen. nov.

Body elongate, compressed, covered with scales; head not large, with almost vertical cheeks. Mouth horizontal, upper jaw longer than lower. Upper lip composed of two separate folds attached in front to the skin of the snout; lower lip likewise double, with a broadening in front. Teeth on the jaws and on the vomer, palatines without teeth. Gill opening large a fold of skin behind it. Vertical fins coalescent. Lateral line straight.

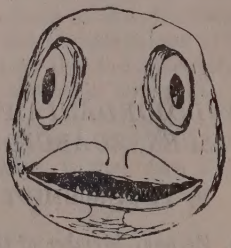


Fig. 1. *Bilabria ornata* (Soldatov). Anterior aspect.

This genus is near to *Davidojordania* Popov, but is distinguished by the absence of teeth on the palatines, by the construction of the upper lip and presence of lateral line. The only form species:

Lycenchelys ornatus Soldatov ([3]), p. 162; Soldatov and Lindberg ([4]). p. 500, fig. 72 ([4]).

Soldatov's description is quite exact, except for his omission of the characteristics of the structure of the upper lip and of the presence of the skin fold behind the gill opening. There are two specimens, from the Tartar Straits and from the Aniva Bay (southern part of the Okhotsk Sea).

II. DAVIDOJORDANIA Popov

Davidojordania Popov ([5]), p. 212.

Body elongate, compressed, but not very thin toward the posterior end, covered with cycloidal scales. Head elongate, with long postorbilal portion. Eyes large, near together. Teeth on jaws, vomer and palatines. Upper lip continuous, lower lip double, expanded anteriorly. Gill membranes united to the broad isthmus. No large pores on jaws. No lateral line. Ventral fins short, anterior to pectorals.

This genus is distinguished from *Lycenchelys*, to which its representatives have been attributed, by the absence of large mucous pores on the jaws, by a more compressed head and by a narrow interorbital space. It is distinguished from the genus *Hadropareia* Schmidt by the presence of teeth on the palatines and by the scaly body. The distinctions from the genus *Bilabria* n. are shown above.

1. Davidojordania Brachyrhyncha (Shmidt)

Lycenchelys brachyrhynchus Schmidt ([1]), p. 201, table VI, fig. 3; Soldatov and Lindberg ([4]), p. 500.

Hadropareia brachyrhynchus (sic) Popov ([5]), p. 211.

D 83—93, *A* 68—70, *P* 12—15.

The former descriptions of this fish should be enlarged by the following data. Length of head is contained 7.2 times in length of body. Length of snout is about $^2/_3$ the diameter of eye. Length of postorbital part of the head

is contained 1.75 times in length of head. Upper lip continuous, lower lip double, with lobes expanded anteriorly. Gill opening reaches to $^1/_3$ of the base of pectoral. Behind the gill membrane, the skin fold is well developed. Pectoral fin short, its length being contained 11 times in the length of body. Ventral fins project for half their length beyond the base of pectorals, their length being equal to the diameter of eye. Sides of body and belly covered with sparse, cycloidal scales, which are absent on the breast, in front of pectorals.

This species is distributed throughout almost the whole of the Okhotsk Sea; it is known, according to our collections, from the Shantar Islands, from the Ukoi Bay off Cape Litke, in the Alexander Bay, off Cape Catherine and in the Aniva Bay. It has not been noted as yet, in the eastern part of the sea—on the western coast of Kamchatka.

2. Davidojordania Jordaniana (P o p o v)

(*D ca* 90, *A ca* 80, *P* 16, *C* 10)

Body compressed, elongate; its depth contained 11.2 times, length of head 5.6 times, in length of body. Length of snout equal to diameter of eye; postorbital length is contained 1.6 times in length of head. Upper jaw reaches the posterior margin of the eye. Upper lip continuous, the lower is interrupted, and each half is expanded in front. There are 7 pores under the eye, 1 pore in the interorbital space, 3 behind the eye and a transverse row of 5 on the occiput. Teeth small, on the jaws, vomer and palatines; those of the jaws arranged in 2 or 3 rows in front, posteriorly in 1 row. There is a palatal membrane. Gill opening reaches almost half the base of pectoral; there is a skin fold behind it. Dorsal fin begins behind the base of pectoral, anteriorly it is low, its height then attains the diameter of eye; anal fin is below the dorsal; caudal fin short. All three fins coalescent. Pectoral fin relatively large, its length is contained 8.3 times in length of body. Length of ventral fins is equal to diameter of eye, they project for $^1/_3$ their length beyond the base of pectorals. Whole body covered with cycloidal scales. Lateral line absent.

Colour yellowish brown; along the sides are three rows of dark brown spots; on the upper part of head are dark spots. Dorsal fin with brown markings and 3 to 5 dark circular spots with indistinct washed borders.

This species, noted in the collection by A. M. Popov, but not described by him, is very near to the foregoing, but is quite definitely distinguished from it by the great length of head by a shorter and deeper trunk, by a longer snout and by the length of the pectorals. It is possible that with an accumulation of more significant material, it will be necessary to regard it as only a subspecies of *Davidojordania brachyrhyncha* (S c h m i d t). Only two specimens are known—from the Tartar Straits.

3. Davidojordania lacertina (P a v l e n k o)

Lycenchelys lacertinus Pavlenko [2], p. 53. fig. 10, 11; Soldatov and Lindberg [4], p. 499.

The following characters may be added to the former description. Length of the head is contained 7.0 to 7.3 times in total length of body. Length of the snout is equal to the diameter of eye. The posterior end of the upper jaw reaches to the posterior margin of the eye or even beyond it. The postorbital part of head is contained in the head length 1.6 times. Upper lip continuous, lower lip interrupted, with broadened anterior portion. Palatal membrane present. Gill opening extends to lower edge of base of pectoral

fin. Behind gill opening there is a cutaneous fold. Length of pectorals is contained 10 times in length of body. Length of ventrals is equal to diameter of eye, they barely reach beyond the base of pectorals.

This species is known only from the Peter the Great Bay and the Vladimir Bay.

In all likelihood it is necessary to refer *Lycenchelys poecilimon* Jordan and Fowler [6] also to the genus *Davidojordania*, since it is exceedingly near to the species described above. Unfortunately the authors do not mention in their description, whether it has teeth on the vomer and on the palatines, and this prevents assigning it to the genus *Davidojordania*. This form was found in the Matsushima Bay, on the east coast of Japan.

Institute of Zoology
Academy of Sciences of the USSR.
Leningrad.

Received
22. X. 1935.

REFERENCES

[1] П. Ю. Шмидт, Рыбы восточн. морей, изд. ИРГО (1904). [2] М. И. Павленко, Тр. Общ. ест. Каз. Унив., т. XIV. в. 2, стр. 53 (1910). [3] V. K. Soldatov, Ann. Mus. Zool. Ac. Sci. St. Pbg. XXIII, p. 160, (1917). [4] В. К. Солдатов и Г. У. Линдберг, Изв. Инст.. Рыб. Хоз., т. V, стр. 497 (1930). [5] A. M. Popov, C. R. Acad. Sci. URSS, p. 210—215 (1931). [6] D. St. Jordan and H. W. Fowler, Proc. U. S. Mus. Nat. Mus., XXV, p. 748—749, fig. 2 (1902).